أولا :

حل حاول ان تحل

الوحدة الخامسة بند (6-5)

الثاني عشر علمي

الفصل الدراسي الثاني

التكامل باستخدام الكسور الجزئية

إعداد

سمر محمود:

سليمة الظفيري

حاول أن تحل

1 لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{2x-1}{x^2-4x+3}$

فأوجد:

a الكسور الجزئية

b $\int f(x)\,dx$

الحل :-

(a) $x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$

$$\frac{2x-1}{x^2-4x+3} = \frac{A_1}{(x-1)} + \frac{A_2}{(x-3)}$$

$$2x - 1 = A_1(x-3) + A_2(x-1)$$

$$2 \times 1 - 1 = A_1(1-3) + A_2(1-1)$$

$$-2A_1 = 1$$

$$\therefore A_1 = \frac{-1}{2}$$

$$2 \times 3 - 1 = A_1(3-3) + A_2(3-1)$$

$$2A_2 = 5$$

$$\therefore A_2 = \frac{5}{2}$$

$$\frac{2x-1}{x^2-4x+3} = \frac{\frac{-1}{2}}{x-1} + \frac{\frac{5}{2}}{x-3}$$

(b) $\int f(x)\,dx = \int \frac{2x-1}{x^2-4x+3}\,dx$

$$= \int \left(\frac{\frac{-1}{2}}{x-1} + \frac{\frac{5}{2}}{x-3} \right) dx$$

$$= \int \frac{\frac{-1}{2}}{x-1}\,dx + \int \frac{\frac{5}{2}}{x-3}\,dx$$

$$= \frac{-1}{2}\int \frac{1}{x-1}\,dx + \frac{5}{2}\int \frac{1}{x-3}\,dx$$

$$= \frac{-1}{2}\ln|x-1| + \frac{5}{2}\ln|x-3| + c$$

حاول أن تحل

2 أوجد: $\int \frac{x^2-2}{2x^3-5x^2-3x}\,dx$

الحل :-

نوجد الكسور الجزئية للحدودية النسبية $\frac{x^2-2}{2x^3-5x^2-3x}$

تحليل المقام

$$2x^3 - 5x^2 - 3x$$

$$= x\,(2x^2-5x-3) = x\,(2x+1)(x-3)$$

$$\therefore \quad \frac{x^2-2}{2x^{3}-5x^2-3x} = \frac{A_1}{x}+\frac{A_2}{(2x+1)}+\frac{A_3}{(x-3)}$$

اضرب طرفي المعادلة في $x(2x+1)(x-3)$ و بسط

$$x^{2}-2=A_1(2x+1)(x-3)+A_2x(x-3)+A_3x(2x+1)$$

عوض عن X بـ 0

$$(0)^2-2=A_1(2(0)+1)(0-3)+A_2(0)+A_3(0)$$

$$\therefore A_1=\frac{2}{3}$$

عوض عن Xبـ $\frac{-1}{2}$

$$\left(\frac{-1}{2}\right)^2-2=A_1\left(2\left(\frac{-1}{2}\right)+1\right)\left(\frac{-1}{2}-3\right)+A_2+A_3\left(\frac{-1}{2}\right)\left(2\left(\frac{-1}{2}\right)+1\right)$$

$$\frac{-7}{4}=\frac{7}{4}A_2 \qquad \Rightarrow\therefore A_2=-1$$

عوض عن X بـ 3

$$(3)^2-2=A_1(2(3)+1)(3-3)+A_2(3)(3-3)+A_3(3)(2(3)+1)$$

$$21A_3=7 \qquad \Rightarrow \therefore A_3=\frac{1}{3}$$

$$\therefore \quad \frac{x^2-2}{2x^{3}-5x^2-3x} = \frac{\frac{2}{3}}{x}-\frac{1}{(2x+1)}+\frac{\frac{1}{3}}{(x-3)}$$

$$\int \frac{x^2-2}{2x^3-5x^2-3x}dx = \int \left(\frac{\frac{2}{3}}{x}-\frac{1}{2x+1}+\frac{\frac{1}{3}}{x-3}\right)dx$$

$$=\frac{2}{3}\ln x-\frac{1}{2}\ln|2x+1|+\frac{1}{3}\ln|x-3|+c$$

حل حاول أن تحل رقم (3) صفحة (45)

3 أوجد: $\int \frac{4x^2-4x+1}{x^3-2x^2+x}\,dx$

نوجد الكسور الجزئية للحدودية النسبية

حلّل المقام:

$$\frac{4x^2-4+1}{x^3-2x^2+x} = \frac{4x^2-4+1}{x(x^2-2x+1)}$$

$$= \frac{4x^2-4+1}{x(x-1)^2}$$

$$= \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

اضرب كلا من طرفي المعادلة في $x(x-1)^2$

$$4x-4x+1=A(x-1)^2+Bx(x-1)+Cx$$

بوضع $x = 0$ ينتج $A= 1$

بوضع $x = 1$ ينتج $C= 1$

بوضع $x = 2$ ينتج $B= 3$

$$\int \frac{4x^2-4x+1}{x^3-2x^2+x}\,dx = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2}\right)$$

$$= \int \frac{1}{x}dx + \int \frac{3}{x-1}dx + \int \frac{1}{(x-1)^2}dx$$

$$= \ln|x| + 3\ln|x-1| - \frac{1}{x-1} + c$$

حاول أن تحل

4 أوجد: $\int \frac{x^2+1}{x^3+4x^2}\,dx$

تحليل المقام إلى عوامل خطية $x^3 + 4x^2 = x^2(x+4)$

$$\frac{x^2+1}{x^3+4x^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+4}$$

$$x^2 + 1 = A\,x\,(x+4) + B(x+4) + Cx^2$$

بوضع $x = 0$ نجد $B = \frac{1}{4}$

بوضع $x = -4$ نجد $C = \frac{17}{16}$

بالتعويض بقيم B , C و $x = 1$ نجد $A = \frac{-1}{16}$

$$\frac{x^2+1}{x^3+4x^2} = \frac{-1}{16x} + \frac{1}{4x^2} + \frac{17}{16(x+4)}$$

$$\int \frac{x^2+1}{x^3+4x^2}dx = \int \frac{-1}{16x}dx + \int \frac{1}{4x^2}dx + \int \frac{17}{16(x+4)}dx$$

$$= \frac{-1}{16}\ln|x| - \frac{1}{4x} + \frac{17}{16}\ln|x+4| + c$$

حاول أن تحل رقم $5a$ صفحة 47 من كتاب الطالب

هل يمكن حل مثال (5) بطريقة أخرى ؟

$$\int \frac{x^2-3x+7}{x^2-4x+4}\,dx$$

لتكن

$$f(x)=\frac{x^2-3x+7}{x^2-4x+4}$$

$$=\frac{x^2-3x+7-x+x-3+3}{x^2-4x+4}$$

$$=\frac{(x^2-4x+4)+(x+3)}{x^2-4x+4}$$

$$=\frac{(x^2-4x+4)}{x^2-4x+4}+\frac{(x+3)}{x^2-4x+4}$$

$$=1+\frac{(x+3)}{x^2-4x+4}$$

ثم يتم إكمال الحل كما في المثال

حاول أن تحل رقم 5b صفحة 47 كتاب الطالب

5 b أوجد: $\int \frac{x^3 - 2x^2 - 4}{x^3 - 2x^2} dx$

e د رجة البسط = درجة المقام

E نبدأ بقسمة البسط على المقام باستخدام القسمة المطولة

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \hline x^3 - 2x^2 & x^3 - 2x^2 - 4 \\ & -\ x^3 \pm 2x^2 \\ \hline & -4 \end{array}$$

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 4}{x^3 - 2x^2} = 1 - \frac{4}{x^3 - 2x^2}$$

$$x^3 - 2x^2 = x^2 (x - 2)$$

$$\frac{-4}{x^3 - 2x^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x - 2}$$

$$-4 = Ax(x - 2) + B(x - 2) + Cx^2$$

$$C = -2 \quad A = 1 \quad B = 2$$

$$\frac{-4}{x^3-2x^2}=\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{-2}{x-2}$$

$$\frac{x^3-2x^2-4}{x^3-2x^2}=1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{-2}{x-2}$$

$$\int \frac{x^3-2x^2-4}{x^3-2x^2}dx=\int 1\,dx+\int \frac{1}{x}dx+\int \frac{2}{x^2}dx+\int \frac{-2}{x-2}dx$$

$$= x+\ln|x|-\frac{2}{x}-\ln|x-2|+c$$

$\int \frac{x^3-7x+9}{x^2-3x+2}\,dx$ أوجد: **6**

e درجة البسط > درجة المقام

E نبدأ بقسمة البسط على المقام باستخدام القسمة المطولة

$$\begin{array}{r|l} & x+3 \\ \hline x^2-3x+2 & x^3 \quad -7x+9 \\ & x^3-3x^2+2x \\ \hline & \quad 3x^2-9x+9 \\ & \quad 3x^2-9x+6 \\ \hline & \qquad\qquad 3 \end{array}$$

$$\frac{x^3-7x+9}{x^2-3x+2} = x+3+\frac{3}{x^2-3x+2}$$

$$\frac{3}{x^2-3x+2} = \frac{3}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-2}$$

$$3 = A(x-2)+B(x-1)$$

بوضع $x = 1$ نجد $A = -3$

بوضع $x = 2$ نجد $B = 3$

$$\int \frac{x^3-7x+9}{x^2-3x+2}\,dx = \int (x+3)\,dx + (-3)\int \frac{1}{x-1}\,dx + 3\int \frac{1}{x-2}\,dx$$

$$= \frac{1}{2}x + 3x - 3\ln|x-1| + 3\ln|x-2| + c$$

7 أوجد: $\int \frac{2x^4+3x^2-7}{x^3-6x^2+9x}\,dx$

e د رجة البسط > درجة المقام

E نبدأ بقسمة البسط على المقام باستخدام القسمة المطولة

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x+12 \\
\hline
x^3-6x^2+9x & 2x^4+ \qquad 3x^2 \qquad -7 \\
 & 2x^4-12x^3+18x^2 \\
\hline
 & \qquad 12x^3-15x^2 \qquad -7 \\
 & \qquad 12x^3-72x^2+108x \\
 & \qquad\qquad 57x^2-108x \quad -7
\end{array}
$$

$$\frac{2x^4+3x^2-7}{x^3-6x^2+9x}=2x+12+\frac{57x^2-108x-7}{x^3-6x^2+9x}$$

$$\frac{57x^2-108x-7}{x^3-6x^2+9x}=\frac{57x^2-108x-7}{x\,(x^2-6x+9)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{(x-3)^2}$$

$57x^2-108x-7=A(x-3)^2+Bx(x-3)+Cx$

بوضع $x=0$ نجد $A=\frac{-7}{9}$

بوضع $x=3$ نجد $C=\frac{182}{3}$

بوضع $x=1$ نجد $B=\frac{520}{9}$

$$\int (2x+12)dx + \frac{-7}{9}\int \frac{1}{x}dx + \frac{520}{9}\int \frac{1}{x-3}dx + \frac{182}{3}\int \frac{1}{(x-3)^2}dx$$

$$x + 12x - \frac{7}{9}ln|x| + \frac{520}{9}ln|x-3| + \frac{182}{3(x-3)} + c$$

ثانيا :

حل حاول ان تحل
بند 5-7 الوحدة الخامسة
الثاني عشر علمي
الفصل الدراسي الثاني

التكامل المحدد

حل حاول ان تحل رقم 1 صـــــــــــ51

$$\int_{2}^{7}(x^3-2x^2+2\ )dx$$

. $$=\left[\frac{1}{4}x^{3+1}-\frac{2}{3}x^{2+1}+2x\right]_2^7$$

$$=\text{ى}\left(\frac{7^4}{4}-\frac{2}{3}(7)^3+2(7)\right)-\left(\frac{2^4}{4}-\frac{2}{3}(2)^3+2(2)\right)\text{غ}$$

=382.9166

حل حاول ان تحل رقم 2 (a) صـــــــــــ52

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{2}\sin 2x-\csc^2 x\ \right)dx$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{-\cos 2x}{2}\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}-[-\cot x]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{-\cos 2\times\frac{\pi}{2}}{2}-\frac{-\cos 2\times\frac{\pi}{4}}{2}\right]-\left[-\cot\frac{\pi}{2}-\left(-\cot\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$=-\frac{3}{4}$$

حل حاول ان تحل رقم 2 صـــــــــــ52(b)

b $\int_{2}^{-3} 5\,dx$

$$= -\int_{-3}^{2} 5\ dx \quad = \ -5\big(2-(-3)\big) = -25$$

حل حاول ان تحل رقم 2 صـــــــــــ 52(*c*)

c $\int_{3}^{3} (-2x^3 + x^2)\,dx \qquad = 0$

$$\boxed{\text{خواص التكامل المحدد } \int_{a}^{a} f(x)\,dx = 0}$$

حل حاول ان تحل رقم 2 صـــــــ 52(*d*)

d $\int_2^4 \frac{dx}{x-1}$

$u = x-1$

$du = 1dx$

$$= \int_2^4 \frac{du}{u} \quad = [\ln|u|]_2^4$$

$$= [\ln|x-1|]_2^4$$

$$\ln(4-1) - \ln(2-1) =$$

$$= \ln 3 - \ln 2 \approx 1.0986$$

حل حاول ان تحل رقم 3 (a)صــــــــ 52

a $\int_{-3}^4 |2x-4|dx$

$$= \int_{-3}^2 |2x-4|dx + \int_2^4 |2x-4|dx$$

$$= \int_{-3}^2 -(2x-4)dx + \int_2^4 (2x-4)dx$$

$$= \left[\frac{-2x^2}{2} + 4x\right]_{-3}^2 + \left[\frac{2x^2}{2} - 4x\right]_2^4$$

$$= [(-4+8) - (-9-12)] + [(16-16) - (4-8)] = 29$$

حل حاول ان تحل رقم 3 (b) صـــــــــ 52

b $\int_1^3 |x+2|dx$

$$= \int_1^3 (x+2)dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2}+2x\right]_1^3 = \left(\text{ى}\frac{3^2}{2}+2(3)\text{غ} - \text{ى}\frac{1^2}{2}+2(1)\text{غ}\right)$$

$$= \frac{21}{2} - \frac{5}{2} \quad = 8$$

حل حاول ان تحل رقم 4 صـــــــــ 53

دون حساب قيمة التكامل أثبت أن: $\int_{-1}^{0}(x^2+x)dx \leqslant 0$

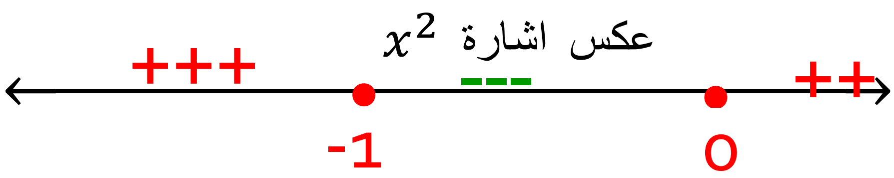
$$f(x) = x^2 + x$$

و هي دالة متصله علي $[-1,0]$

$$x^2 + x = 0 \;\ldots\ldots \Rightarrow \; x(x+1) = 0$$

$$x = 0 \qquad\qquad x = -1$$

$$\because \quad f(x) \le 0 \quad \forall \quad x \in [-1,0]$$



$$\therefore x^2 + x \leq 0 \quad \forall \quad x \in [-1,0]$$

$$\therefore \int_{-1}^{0} (x^2 + x)dx \leq 0$$

حل حاول ان تحل رقم 5 ص ــــــــــ 54

دون حساب قيمة التكامل أثبت أن: $\int_{-1}^{2} (x^2+1)dx \geqslant \int_{-1}^{2} (x-1)dx$

$g(x) = x - 1 \qquad f(x) = x^2 + 1$

و هما دالتان متصلتان علي R

$$\therefore f(x) - g(x) = (x^2 + 1) - (x - 1)$$

$$= x^2 + 1 - x + 1 \qquad f(x) - g(x) = 0$$

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \qquad \Delta = -7 < 0$$

$\therefore$ لا توجد للمعادلة جذور حقيقية $f(x) - g(x)$ وحيدة الإشارة

$$f(x) - g(x) \geq 0 \quad \forall x \in R$$

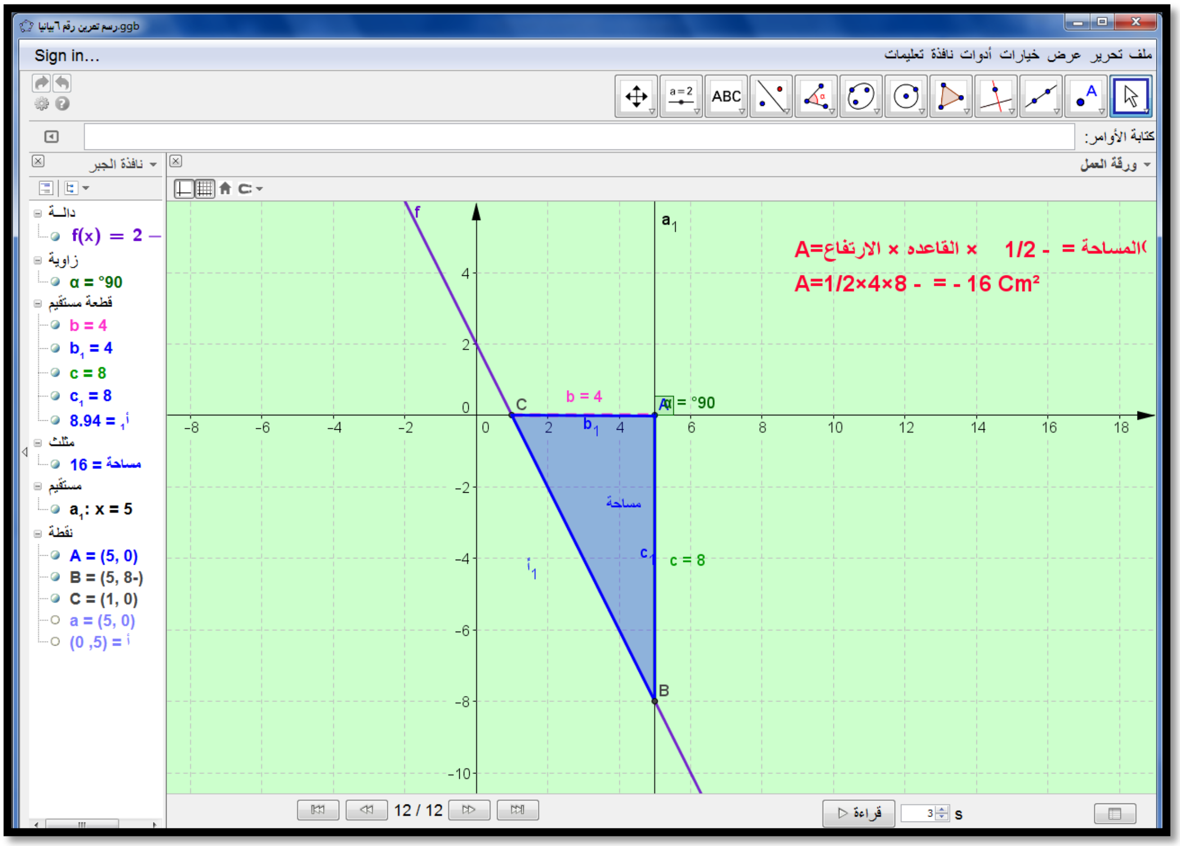
$$\therefore (x^2 + 1) - (x - 1) \geq 0 \quad \forall x \in [-1 .2]$$

$$(x^2+1) \geq (x-1)$$

$$\int_{-1}^{2}(x^2+1)dx \geq \int_{-1}^{2}(x-1)dx$$

حل حاول ان تحل رقم 6 ص ــــــــــ 55

6 أوجد قيمة $\int_{1}^{5}(2-2x)dx$ بيانيًّا.



التحقق جبريا :

$$\int_{1}^{5} ($$

حل حاول ان تحل رقم 7 صــــــــــــ 56

$$\text{a} \quad \int_{-5}^{5} \sqrt{25 - x^2}\, dx$$

$$y = \sqrt{25 - x^2}$$

$$y^2 = 25 - x^2$$

$$y^2 + x^2 = 25$$

و هي معادلة دائرة مركزها نقطه الاصل و طول نصف قطرها 5 وحدات

و الدالة $y = \sqrt{25 - x^2}$ تمثل الجزء العلوي منها

$$A = \int_{-5}^{5} \sqrt{25 - X^2}\, dx = \frac{1}{2} \times \pi \times 5^2$$

$$= 12.5\,\pi$$

حل حاول ان تحل رقم 7 (b)صــــــــــــ 56

$$\text{b} \quad \int_{0}^{4} -\sqrt{16 - x^2}\, dx$$

$$y = -\sqrt{16 - x^2}$$

$$y^2 = 16 - x^2$$

$$y^2 + x^2 = 16$$

و هي معادلة دائرة مركزها نقطه الاصل و طول نصف قطرها 4 وحدات

و الدالة

$y = -\sqrt{16 - x^2}$ تمثل الجزء السفلي منها

$$-A = \int_{0}^{4} -\sqrt{16 - X^2}\, dx = -\frac{1}{4} \times \pi \times 4^2$$

$$= -4\,\pi$$

حل مثال رقم 8 (a)ص——— 57

أوجد: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec x \,.\sec x \ \tan x \ dx$$

$u = secx \qquad du = secx \, tanx \ dx$

$x = 0 \longrightarrow u = sec0 = 1$

$x = \frac{\pi}{4} \longrightarrow u = sec\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$

$$= \int_1^{\sqrt{2}} u \ du = \left[\frac{u^2}{2}\right]_1^{\sqrt{2}} = 1 - \frac{1}{2} = 0.5$$

57 ———ص(b) حل حاول ان تحل رقم 8

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin 2x \ \cos 2x \ dx$$

U= g (x)

U=cos2x

du =Sin2x .2dx

$u = g(a) = \cos 2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$u = g(b) = \cos 2 \times \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}} \text{u du} \quad = -\frac{1}{2}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \text{u du}$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\frac{u^2}{2}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\right] = 0$$

حل أخر

U=sin2x

du =cos2x .2dx

$$u = \sin 2 \times \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$u = \sin 2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \text{u d u} = 0$$

حل حاول ان تحل رقم 9 (a)صـــــــــــ58

a $\int_{-1}^{1}\left((x+1)\sqrt{x^2+2x+5}\right) dx$

$$u = x + 1 \qquad du = dx$$

$$v = \frac{2}{3}\ (x^2 + 2x + 5)^{\frac{3}{2}} \qquad dv = (x^2 + 2x + 5)^{\frac{1}{2}}\ dx$$

$$\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$$

$$= \int_{-1}^{1} (x + 1)(x^2 + 2x + 5)^{\frac{1}{2}}\ dx$$

$$= \left[(\mathbf{x}+\mathbf{1}) \times \frac{2}{3} (\mathbf{x}^2 + \mathbf{2x} + \mathbf{5})^{\frac{3}{2}}\right]_{-1}^{1} - \frac{2}{3} \int_{-1}^{1} (\mathbf{x}^2 + \mathbf{2x} + \mathbf{5})^{\frac{3}{2}} \, dx$$

$$= \left[(\mathbf{x}+\mathbf{1}) \times \frac{2}{3} (\mathbf{x}^2 + \mathbf{2x} + \mathbf{5})^{\frac{3}{2}}\right]_{-1}^{1} - \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \left[(\mathbf{x}^2 + \mathbf{2x} + \mathbf{5})^{\frac{5}{2}}\right]_{-1}^{1}$$

حل أخر عن طريق التكامل بالتعويض

حل حاول ان تحل رقم 9 (a)ص———*58*

a $\int_{-1}^{1} \left((x+1)\sqrt{x^2+2x+5}\right) dx$

$$= \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} 2(\mathbf{x}+\mathbf{1})(\mathbf{x}^2 + \mathbf{2x} + \mathbf{5})^{\frac{1}{2}} \, \mathbf{dx}$$

$\mathbf{u} = \mathbf{x}^2 + \mathbf{2x} + \mathbf{5}$ $\qquad$ $\mathbf{du} = (\mathbf{2x} + \mathbf{2})\mathbf{dx}$

$x = 1 \to \ u = 8$

$x = -1 \to \ u = 4$

$$= \frac{1}{2} \int_{4}^{8} u^{\frac{1}{2}} \, du \quad = \left[\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}}\right]_{4}^{8} = \ 4.876$$

حل حاول ان تحل رقم 9 (b)ص———*58*

$$\int_{2}^{5} x \sqrt{x-1} \, dx$$

$$= \int_{2}^{5} (x-1+1)\sqrt{x-1} \, dx$$

$$= \int_{2}^{5} (x-1)\sqrt{x-1} \, dx + \int_{2}^{5} \sqrt{x-1} \, dx$$

$$= \int_{2}^{5} (x-1)^{\frac{3}{2}} \, dx + \int_{2}^{5} (x-1)^{\frac{1}{2}} \, dx$$

$$= \left[\frac{2}{5}(x-1)^{\frac{5}{2}}\right]_2^5 + \left[\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}\right]_2^5$$

$$= \frac{2}{5}\left[4^{\frac{5}{2}} - 1\right] + \frac{2}{3}\left[4^{\frac{3}{2}} - 1\right]$$

$$= 17.067$$

هناك حل أخر : بالتكامل بالتعويض

حل حاول ان تحل رقم 10 صــــــــــــ58

أوجد: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\sec^2 x\, dx$

$dv = \sec^2 x\, dx \qquad v = \tan x$

$U = x \qquad du = dx$

$$\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} x\ sec^2 x\ \ dx$$

$$= [x\tan x]_0^{\frac{\pi}{4}} \quad - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\ \ dx$$

$$= [x\tan x]_0^{\frac{\pi}{4}} - [\ln|\sec\ x|]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \left[\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{4}\ - 0\right]\ - \left[\ln\left|\sec\ \frac{\pi}{4}\right|\ - \ln|\sec\ 0|\right]$$

$$\frac{\pi}{4} + \ln\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.44$$

حل حاول ان تحل رقم 11 صـــــــــــ 59

أوجد: $\int_4^7 \frac{3x^2-17}{x^2-x-6}\,dx$

$$f(x) = \frac{3x^2-17}{X^2-x-6}$$

$$\begin{array}{r|l} & 3 \\ X^2 - x - 6 & 3x^2 \quad -17 \\ & 3x^2 - 3x - 18 \\ \hline & 3x + 1 \end{array}$$

$$f(x) = 3 + \frac{3x+1}{(x-3)(x+2)}$$

$$\frac{3x+1}{X^2-x-6} = \frac{3x+1}{(x-3)(x+2)} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x+2)}$$

$$3x+1 = A(x+2) + B(x-3)$$

نعوض عن **x= -2** **B= 1**

نعوض عن**X=-3** **A =2**

$$f(x) = 3 + \frac{2}{(x-3)} + \frac{1}{(x+2)}$$

$$= \int_4^7 \left(3 + \frac{2}{x-3} + \frac{1}{x+2}\right)dx$$

$$= [3x]_4^7 + [\,2\,ln|x-3|]_4^7 + [ln|x+2|]_4^7$$

$$= 3(7-4) + 2\,(ln4 - ln1) + (ln9 - ln6)$$

$$9 + 3ln2 + ln3 = 12.178$$