



القيز ياء

الصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الأول

الوحدة الأولى الحركة

إعداد أ / أحمد سمير

الفصل الأول حركة المقذوفات

الدرس 1-1 الكميات العددية والكميات المتجهة .

- لقد دررنا الكميات الفيزيائية في الصفوف السابقة إلى 1- كميات أساسية : مثل الطول والكتلة والزمن
- 2- كميات مشتقة : مثل السرعة والعجلة والقوة الضغط وغيرها .

- لكن بعض هذه الكميات لا يمكن تحديدها بمعرفة مقدارها ووحدة قياسها فقط بل يستلزم تحديدها معرفة اتجاهها . لذلك نجد أننا مضطرين لتصنيف الكميات الفيزيائية إلى كميات عددية وكميات متجهة .

1- الكميات العددية (القياسية) : هي الكميات التي يكفي لتحديدها عدد يحدد مقدارها ووحدة فيزيائية تميز هذا المقدار .

مثل : الطول والكتلة والزمن وغيرها .

- تتبع الكميات العددية قواعد الجبر الحسابية فهي تجمع وتطرح إذا كانت متجانسة الوحدات .

2- الكميات المتجهة :

هي الكميات التي تحتاج في تحديدها إلى الاتجاه الذي تأخذه بالإضافة إلى العدد الذي يحدد مقدارها ووحدة القياس التي تميزها .

مثل العجلة والقوة والإزاحة والسرعة المتجهة وغيرها .

ملاحظات هامة : 1- المتجه : سهم (شعاع) يمثل مقدار الكمية المتجهة واتجاهها .

2- تكتب الكمية المتجهة بحرف فوقه سهم رمزيا بالشكل (\vec{v}) أو (\vec{AB}) لتمييزها عن الكمية العددية .

3- يحدد مقدار المتجه بعدد ووحدة قياس ويكتب بالشكل $|\vec{AB}|$ ويحدد اتجاهه بالزاوية (θ) التي يصنعها مع محور إسناد

4- يعبر عن الكمية المتجهة رياضيا بالشكل $\vec{v} = (v, \theta)$ حيث أن (v) هي مقدار المتجه و (θ) اتجاهه . ويكون قياس

الزاوية من الاتجاه الموجب للمحور السيني .

5- تخضع الكميات المتجهة عند إجراء عمليات جمعها وطرحها أو ضربها إلى جبر المتجهات بدلا من الجبر الحسابي .

- من أمثلة الكميات المتجهة التي درسناها سابقا :

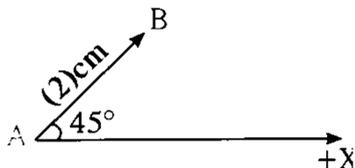
أ- الإزاحة :

هي المسافة الأقصر بين نقطة بداية الحركة ونقطة نهايتها وباتجاه من نقطة البداية إلى نقطة النهاية .

مثال : مثل بيانيا الإزاحة من النقطة (A) إلى النقطة (B) والتي مقدارها (20)km باتجاه (45°) إلى الشمال الشرقي ؟

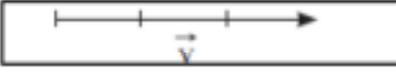
نرسم سهما يسمى متجه يمثل بمقياس رسم 1cm لكل (10)km فيكون طوله 2cm ويصنع زاوية (45°) مع اتجاه الشرق

كما في شكل (1) .



شكل (1)

ب- السرعة المتجهة : هي السرعة العددية ولكن في اتجاه محدد .



شكل (2)

ملاحظة : عندما نصف السرعة المتجهة نستخدم سهمًا يسمي المتجه ليمثل المقدار والاتجاه للكمية المتجهة

حيث يحدد طول السهم المرسوم وفقا لمقياس محدد مقدار الكمية المتجهة ويحدد اتجاهه اتجاه الكمية . كما بالشكل (2)

• من الخواص الهندسية المهمة لبعض المتجهات خاصية النقل وبالتالي تنقسم المتجهات إلى نوعين :

1- المتجهات الحرة : هي المتجهات التي يمكن نقلها من مكان لآخر بدون أن تتغير قيمته واتجاهه . مثل الإزاحة والسرعة المتجهة .

2- المتجهات المقيدة : هي متجهات لا يمكن نقلها لارتباطها بنقطة التأثير مثل متجه القوة .

خصائص المتجهات :



شكل (3)

1- التساوي : يكون المتجهان متساويان إذا كان لهما المقدار والاتجاه نفسهما .

كما في شكل (3) يكون المتجهان \vec{v}_1 و \vec{v}_2 متساويان .

2- جمع المتجهات هي عملية تركيب حيث يتم الاستعاضة عن متجهين أو أكثر بمتجه واحد .

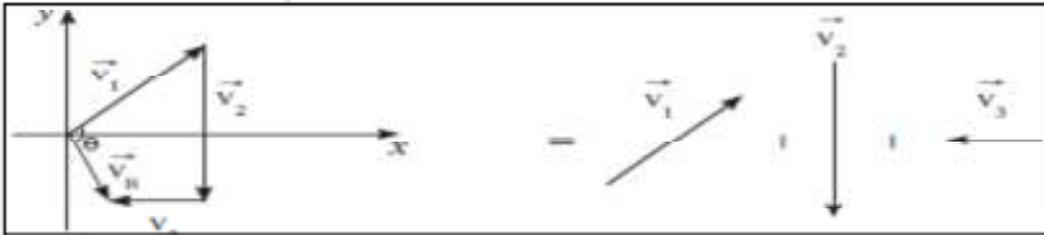
حساب محصلة متجهين

(1) طريقة المضلع المقفل (ذيل في رأس) :

• نرسم المتجهات ذيلًا في رأس مقدارًا واتجاهًا بمقياس رسم مناسب

فيكون متجه المحصلة (\vec{R}) هو المتجه الذي يصل بين نقطة البداية ونقطة النهاية .

(أو الذي يصل بين ذيل أول متجه ورأس آخر متجه) . أما اتجاه المحصلة فيحدد بمقدار الزاوية بين متجه المحصلة وبين



محور إسناد .

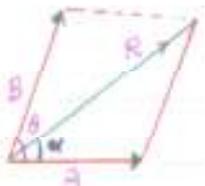
شكل (4)

(2) بيانها بطريقة متوازي

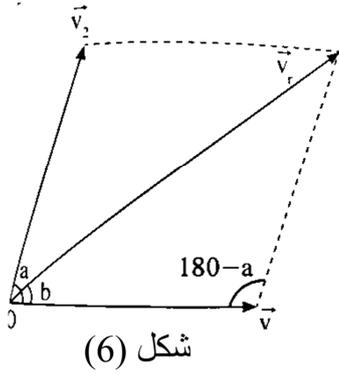
الأضلاع

• لإيجاد محصلة متجهين A, B يحصران بينهما زاوية (θ) . نرسم المتجهان مقدارًا واتجاهًا بمقياس رسم مناسب عند

النقطة نفسها ثم نكمل متوازي الأضلاع بحيث يكون المتجهان A, B ضلعان متجاورين في متوازي الأضلاع عندئذ يكون



قطر متوازي الأضلاع المشترك معهما في نقطة البداية ممثلاً لمحصلة المتجهين مقداراً واتجاهاً ويكون طول القطر = مقدار المحصلة وزاوية ميله (α) مع المتجه A ممثل لاتجاه المحصلة كما بالشكل (5).



(3) - حسابياً :

إذا كان لدينا متجهان \vec{A} و \vec{B} والزاوية بينهما (θ) كما بالشكل (6) يمكن

حساب مقدار المحصلة من العلاقة التالية :

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

لتحديد اتجاه المحصلة نستخدم العلاقة التالية :

$$\frac{\sin \alpha}{B} = \frac{\sin (\pi - \theta)}{R}$$

$$\sin (\pi - \theta) = \sin \theta$$

وبما أن

$$\sin \alpha = \frac{B \sin \theta}{R}$$

حالات خاصة :

1- مقدار المحصلة للمتجهين تتغير بتغير مقدار كلا من المتجهين و الزاوية (θ) بينهما.

2- تكون المحصلة أكبر ما يمكن عندما $\theta = 0$ أي عندما يكون المتجهان على استقامة واحدة وفي اتجاه واحد

ويكون مقدار المحصلة $R = A + B$ واتجاه المحصلة بنفس اتجاه المتجهين.

3- تكون المحصلة أصغر ما يمكن عندما $\theta = 180^\circ$ أي عندما تكون القوتان على استقامة واحدة ومتعاكسين في الاتجاه

ويكون $R = A - B$ واتجاه المحصلة يكون باتجاه المتجه الأكبر.

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

4- عندما تكون الزاوية المحصورة بين المتجهين قائمة $\theta = 90^\circ$ يكون مقدار المحصلة

$$\sin \alpha = \frac{B \sin \theta}{R}$$

واتجاه المحصلة من العلاقة السابقة :

5- عندما يكون المتجهان متساويان بالمقدار والزاوية بينهما 120° فإن مقدار المحصلة يكون مساوياً لمقدار أحدهما .

$$R = A = B$$

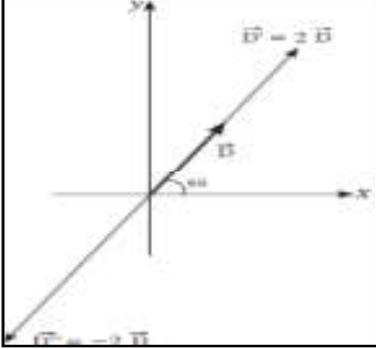
س: حلل : 1- يمكن الحصول على عدة قيم لمحصلة نفس المتجهين ؟

ج : لأنه إذا اختلفت قيمة الزاوية المحصورة بينهما اختلف مقدار واتجاه محصلتهما .

- 2- يمكن نقل متجه الإزاحة ، بينما لا يمكن نقل متجه القوة .
لأن متجه الإزاحة حر بينما متجه القوة مقيد بنقطة تأثير .

ضرب المتجهات

(1) ضرب كمية محدبة في كمية متجهة: ينتج متجه جديد مقداره يساوي حاصل ضرب الكمية العددية في مقدار الكمية



شكل (7)

المتجه . أما اتجاهه فيكون كالآتي :-

- إذا كانت الكمية العددية موجبة فإن اتجاه المتجه الجديد هو نفس اتجاه المتجه الاصلى .
- إذا كانت الكمية العددية سالبة فإن اتجاه المتجه الجديد هو عكس اتجاه المتجه الاصلى .

كما بالشكل (7)

(2) ضرب كمية متجهة في كمية متجهة: ينقسم إلى نوعين :-

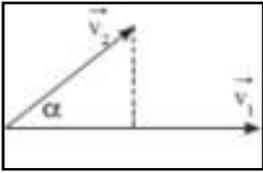
(أ) الضرب العددي (القياسي) أو الداخلي

(ب) الضرب الاتجاهي (الخارجي)

أولاً: الضرب العددي (القياسي) :-

حاصل الضرب العددي هو كمية عددية . ويعبر عنه بالمعادلة :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

ملاحظة : 1- الضرب العددي له خاصية الإبدال .

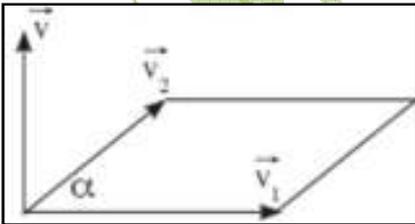
- 2- يكون حاصل الضرب العددي أكبر ما يمكن إذا كان المتجهين متوازيين أو في نفس الاتجاه ($\theta = 0$) ويكون حاصل الضرب العددي مساوياً للصفر عندما يكون المتجهان متعامدان . ($\theta = 90$) .

حلل : يعتبر الشغل كمية محدبة ؟

لأنه ينتج من حاصل الضرب العددي لمتجهي القوة والإزاحة . $w = \vec{F} \cdot \vec{S} = F S \cos \theta$

ثانياً : الضرب الاتجاهي :

- هو متجه جديد مقداره يساوي مساحة متوازي الأضلاع المنشأ على المتجهين - واتجاهه عمودي على المستوى الذي يجمعهما --- ويتحدد اتجاهه بقاعدة اليد اليمنى .



المتجه الناتج .

قاعدة اليد اليمنى:

تدوير أصابع اليد اليمنى من المتجه الأول إلى المتجه الثاني عبر الزاوية الأصغر بينهما فيكون إبهام اليد مشيراً إلى اتجاه

ويعبر عنه بالمعادلة

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = AB \sin \theta$$

1- الضرب الاتجاهي لمتجهين ليس عملية ابدالية حيث تبديل ترتيب المتجهين يعكس اتجاه المتجه الناتج في عملية

$$\vec{A} \times \vec{B} = - \vec{B} \times \vec{A}$$

الضرب .

2- يكون حاصل الضرب الاتجاهي أكبر ما يمكن إذا كان المتجهين متعامدين ويكون حاصل الضرب ألتجاهي مساويا للصفر

عندما يكون المتجهان علي استقامة واحدة. ($\theta = 0^\circ$) أو ($\theta = 180^\circ$)

أسئلة علي

الدرس (1-1) الكميات العددية والكميات المتجهة

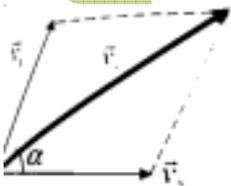
القسم الأول الأسئلة الموضوعية

السؤال الأول : اكتب بين القوسين الاسم أو المصطلح العلمي الذي تدل عليه كل من العبارات التالية :

- 1- كميات يكفي لتحديد عددها مقدارها ووحدة فيزيائية تميز هذا المقدار . ()
- 2- الكميات التي تحتاج في تحديدها إلي الاتجاه الذي تأخذه بالإضافة إلي العدد الذي يحدد مقدارها ووحدة القياس التي تميزها . ()
- 3- المسافة الأقصر بين نقطة بداية الحركة ونقطة نهايتها واتجاه من نقطة البداية إلي نقطة النهاية . ()
- 4- عملية تركيب حيث يتم الاستعاضة عن متجهين أو أكثر بمتجه واحد . ()
- 5- المتجهات التي يمكن نقلها من مكان لآخر بدون أن تتغير قيمته واتجاهه . ()
- 6- متجهات لا يمكن نقلها لارتباطها بنقطة التأثير . ()
- 7- متجه جديد مقداره يساوي مساحة متوازي الإضلاع المنشأ على المتجهين - واتجاهه عمودي على المستوى الذي يجمعهما ويتحدد اتجاهه بقاعدة اليد اليمنى . ()

السؤال الثاني: أكمل العبارات التالية بما يناسبها علميا لتصبح عبارة صحيحة .

- 1- السهم (الشعاع) الذي يمثل مقدار الكمية المتجهة واتجاهها يسمى
- 2- تتميز الكميات العددية بأن لها و.....
- 3- تتحدد الكميات المتجهة بكل من و..... و.....
- 4- يمكن حساب مقدار المتجه ($|\vec{v}_r|$) المساوي لمحصلة المتجهين الموضحين بالشكل باستخدام العلاقة
- 5- يمكن حساب اتجاه المتجه (\vec{v}) المساوي لمحصلة المتجهين الموضحين بالشكل باستخدام العلاقة



6- مقدار المتجه $\vec{R}=(15,30^\circ)$ بوحدة المتر (m) يساوي ويصنع مع الاتجاه الموجب للمحور السيني زاوية مقدارها بالدرجات تساوي

7- يتغير مقدار محصلة متجهين بتغير الزاوية المحصورة بينهما ويصل لقيمته العظمي عندما تكون الزاوية بين المتجهين بالدرجات تساوي

8- أقل قيمة لمحصلة متجهين عندما تكون الزاوية بينهما

9- عند ضرب المتجه $x = (20,30^\circ)$ بكمية عددية مقدارها (4) نحصل علي المتجه $y = (\dots,\dots)$.

10- عند ضرب المتجه $x = (20,30^\circ)$ بكمية عددية مقدارها (-5) نحصل علي المتجه $y = (\dots,\dots)$.

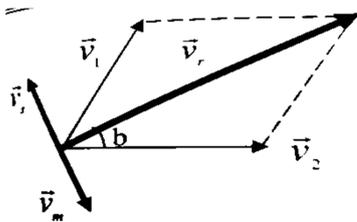
11- حاصل الضرب العددي لمتجهين يكون أصغر ما يمكن عندما تكون الزاوية بينهما ويصبح أكبر ما يمكن عندما تصبح الزاوية بينهما

13- الشغل (W) كمية لأنه حاصل الضرب لمتجهي القوة والازاحة .

14- حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين يكون أصغر ما يمكن عندما تكون الزاوية بينهما ويصبح أكبر ما يمكن عندما تصبح الزاوية بينهما

15- يحدد اتجاه حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين بقاعدة

16- ناتج الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)$ الموضحين بالشكل المجاور يمثل المتجه



السؤال الثالث: ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (X) أمام العبارة الغير صحيحة .

- 1- الكميات العددية هي الكميات التي يلزم لتحديد معرفتها مقدارها واتجاهها . ()
- 2- الإزاحة كمية متجهة . ()
- 3- إذا كان $|\vec{B}| = |\vec{A}|$ فإن $\vec{A} = \vec{B}$ ()
- 4- إذا كان مقدار المتجه $|\vec{A}| = (20)unit$ ويصنع زاوية مقدارها (60°) فإن $\vec{A} = (20, 60^\circ)$ ()
- 5- يمكن نقل المتجه من مكان لآخر بشرط المحافظة علي مقداره واتجاهه . ()
- 6- محصلة متجهين دائما أكبر من مجموعهما . ()
- 7- محصلة متجهين متساويين في المقدار تساوي صفرا عندما تكون الزاوية المحصورة بينهما (180°) . ()
- 8- أصغر قيمة لمحصلة متجهين عندما تكون الزاوية بينهما (صفرا) . ()
- 9- العلاقة التالية $\vec{3} + \vec{4} = \vec{5}$ صحيحة عندما تكون الزاوية بين المتجهين قائمة . ()
- 10- بتغير الزاوية بين المتجهين فإن العلاقة التالية $1 \leq \vec{3} + \vec{4} \leq 7$ صحيحة . ()
- 11- حاصل الضرب العددي لمتجهين متفقين في الاتجاه يساوي صفرا . ()
- 12- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ ()
- 13- $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ ()

14- قوتان (a , b) مقدارهما (5 ، 6) نيوتن علي الترتيب فإذا كان مقدار حاصل ضربهما الاتجاهي يساوي $(30)N^2$ فإن الزاوية بينهما تساوي (صفرا) .

()

السؤال الرابع : اختر انسب إجابة صحيحة وضع علامة (√) في المربع المقابل :

1- واحدة فقط من الكميات التالية كمية عددية (قياسية) وهي :

القوة الكتلة الإزاحة العجلة

2- عند جمع المتجهات نحتاج إلي عملية جبر المتجهات لأن المتجهات هي كميات لها :

مقدار واتجاه اتجاه فقط مقدار فقط وحدة قياس فيزيائية

3- عندما نصف السرعة المتجهة نستخدم سهما يسمى المتجه يمثل :

مقدار السرعة اتجاه السرعة وحدة قياس السرعة مقدار واتجاه السرعة

4- يتساوى أي متجهين إذا كان لهما نفس :

المقدار والاتجاه موضع البداية موضع النهاية المقدار فقط

5- ذهبت إلي المدرسة صباحا فقطعت مسافة 3 km ثم عدت بعد انتهاء الدوام إلي المنزل من الطريق نفسه فإن إزاحتك الكلية بوحدتي الكيلومتر (km) تساوي :

0 1.5 3 6

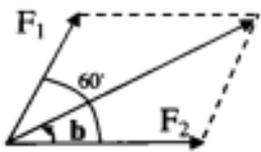
6- قطع جسم مسافة 300 m باتجاه الشرق ثم انحرف باتجاه الغرب وسار مسافة 200 m وبالتالي فإن إزاحة الجسم المحصلة بوحدتي (m) تساوي :

100 إلي الغرب 100 إلي الشرق 500 إلي الغرب 500 إلي الشرق

7- يمكن الحصول علي أقل قيمة لمحصلة متجهين عندما تكون الزاوية بينهما بالدرجات مساوية :

0 60 90 180

8- متجهان مقدارهما 2 N و 4 N كما بالشكل المجاور يحصران بينهما زاوية (60°) فإن مقدار محصلتهما بوحدتي النيوتن تساوي :



4.89 5.29 8.48 8

9- إذا كان محصلة المتجهين في السؤال السابق تساوي 5.29 N فإن الزاوية (b) بالدرجات تساوي :

30 10.9 40.9 79

(\vec{F}_r)

10- قوتان متعامدتان مقدارهما 6 N و 8 N فإن محصلتهما بوحدتي (N) تساوي :

$\vec{F}_r (10, 53^\circ)$ $\vec{F}_r (100, 53^\circ)$ $\vec{F}_r (10, 36.87^\circ)$ $\vec{F}_r (100, 36.87^\circ)$

11- متجهان متماثلان مقدار كل منهما unit (10) فإذا كان حاصل ضربهما الداخلي unit (50) فإن الزاوية بينهما بالدرجات تساوي :

0 30 45 60

12- عند ضرب متجهين ضربا اتجاهيا ينشأ متجه جديد يعمل :

في نفس اتجاه المتجه الأول في نفس اتجاه المتجه الثاني

في نفس المستوي الذي يجمعهما عمودي علي المستوي الذي يجمعهما

13- متجهان حاصل ضربهما العددي مثلا (ضعف) حاصل ضربهما ألتجاهي فإن الزاوية بينهما بالدرجات تساوي :

0 26°33 30 60

القسم الثاني : الأسئلة المقالية

السؤال الأول : علل لما يلي تعليلا علميا دقيقا :

1- نستخدم جبر المتجهات عند التعامل مع الكميات المتجهة .

2- يمكن الحصول علي قيم متعددة لمحصلة متجهين رغم ثبات مقدارهما .

3- يصبح مقدار محصلة قوتين أكبر ما يمكن عندما تصبح الزاوية بينهما صفرا .

السؤال الثاني :

أ- مستعينا بمقياس رسم مناسب وأدوات الهندسة ارسم المتجهات التالية :

1- إزاحة مقدارها km (600) باتجاه يصنع مع الأفق زاوية مقدارها (40°) جنوب غرب .

2- رياح قوتها N (70) تدفع قاربا باتجاه (60°) شمال غرب .

3- متجه \vec{A} طوله cm (6) باتجاه (30°) شرق الشمال .

4- قوتان $\vec{F}_1=45N$ باتجاه الشرق و $\vec{F}_2=30N$ باتجاه الشمال ثم أوجد محصلتهما بيانيا وحسابيا .

ب- إذا كان لديك متجهان $\vec{b} = 4 \text{ unit}$ و $\vec{a} = 6 \text{ unit}$ وضح مستعينا بالرسم كيف يمكنك حسابيا إيجاد محصلتهما في الحالات التالية إذا كانا :

1- متوازيين وفي اتجاه واحد .

2- متوازيين وفي اتجاهين متضادين .

3- يحصران بينهما زاوية مقدارها (60°) .

ج - تسحب سيارة متوقفة بالطريق بواسطة حبلين يصنعان زاوية (60°) فإذا كان مقدار قوة الشد في أحد الحبلين (200) N وفي الحبل الآخر (300) N المطلوب :

أولا : مثل بيانيا وبمقياس رسم مناسب القوي المؤثرة بالسيارة .

ثانيا : أوجد مقدار محصلة هاتين القوتين واتجاهها :

1- بطريقة متوازي الأضلاع

2- بالطريقة الحسابية .

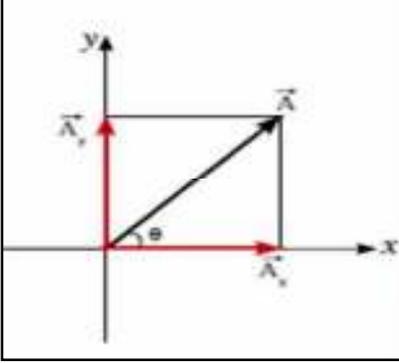
د- تحرك قارب الصيد من المرفأ ليقطع مسافة (10) km باتجاه 30° شرق الشمال ثم (4) km إلى الجنوب

أ- احسب مستخدما الرسم البياني ومقياس رسم مناسب مقدار الإزاحة المحصلة واتجاهها .

ب- استخدم الطريقة الحسابية لجبر المتجهات لإيجاد مقدار الإزاحة المحصلة واتجاهها .

الدرس (1 - 2) تحليل المتجهات

تحليل المتجهات : هو استبدال متجه ما بمتجهين متعامدين يسميان مركبتي المتجه بحيث يمثل المتجه المراد تحليله محصلة هذين المتجهين ويكون متحدا معهما في نقطة البداية .



من الشكل المقابل باستخدام نظرية فيثاغورث نستنتج العلاقات الآتية :

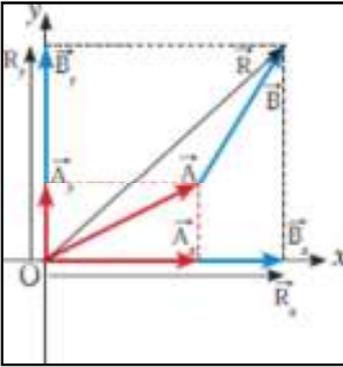
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\cos \theta = \frac{A_x}{A} \Rightarrow A_x = A \cos \theta$$

المركبة الأفقية

$$\sin \theta = \frac{A_y}{A} \Rightarrow A_y = A \sin \theta$$

المركبة الرأسية



إيجاد المحصلة بتحليل المتجهات

• لنأخذ المتجهين \vec{A} و \vec{B} ومحصلتها \vec{R} الموضحة في الشكل المقابل حيث أن

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

• لنقم بتحليل المتجه \vec{A} والمتجه \vec{B} إلى مركبتيهما .

• **لاحظ :** 1- مجموع المركبتين \vec{A}_x و \vec{B}_x علي المحور x يساوي المركبة \vec{R}_x

2- مجموع المركبتين \vec{A}_y و \vec{B}_y علي المحور y يساوي المركبة \vec{R}_y

$$\text{أي أن : } \vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x \quad \text{و} \quad \vec{R}_y = \vec{A}_y + \vec{B}_y$$

وعليه نستنتج أن : **محصلة** عدد من المتجهات علي **المحور x** تساوي **المجموع الجبري** لجميع **المركبات السينية** علي **المحور x** وأن **محصلة** عدد من المتجهات علي **المحور y** تساوي **المجموع الجبري** لجميع **المركبات الصادية** علي **المحور y**

و بالتالي يسهل احتساب المحصلة باستخدام :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

واتجاه متجه المحصلة بالنسبة إلى المحور x يحسب باستخدام :

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

حركة جسم على مستوى مائل

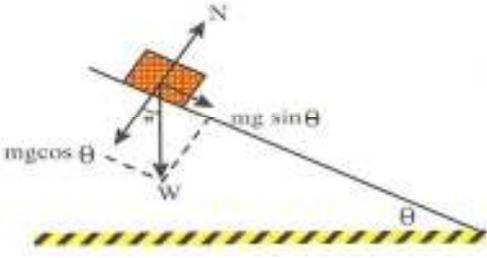
من خلال الشكل المقابل القوى المؤثرة في الجسم هي :

1- وزن الجسم (W) ويحلل إلى مركبتين هما :

أ- القوة التي يؤثر بها الجسم في المستوى المائل ($w \cos \theta$)

ب- القوة التي تسبب حركة الجسم إلى أسفل المستوى ($w \sin \theta$)

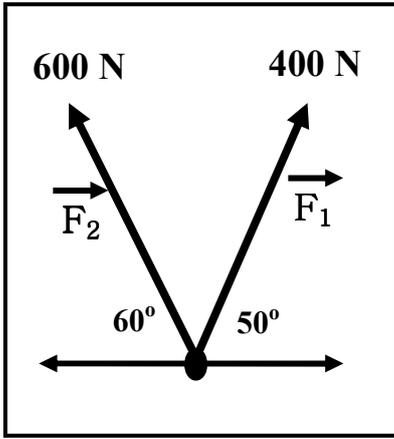
2- رد فعل القوة من المستوى المائل على الجسم (N) وتعادل ($w \cos \theta$) .



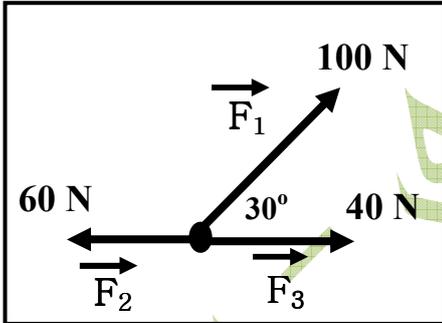
مثال 1 : من الشكل المقابل . أحسب :

أ) المحصلة مقداراً و اتجاهاً بطريقة جمع المتجهات .

ب) المحصلة مقداراً و اتجاهاً بطريقة تحليل المتجهات .



مثال 2 : من الشكل المقابل . أحسب المحصلة مقداراً و اتجاهاً بطريقة تحليل المتجهات؟



مثال 3 : جسم نقطي تؤثر عليه ثلاث قوى $F_1 = (6) N$ غرباً و $F_2 = (2) N$ جنوباً و $F_3 = (3) N$ باتجاه 60° شرق الجنوب احسب محصلة القوى المؤثرة على الجسم واتجاهها بطريقة تحليل المتجهات .

الدرس (1-3) حركة القذيفة

القذيفة : جسم متحرك بسرعة ابتدائية تحت تأثير وزنه فقط وبغياب الاحتكاك مع الهواء .

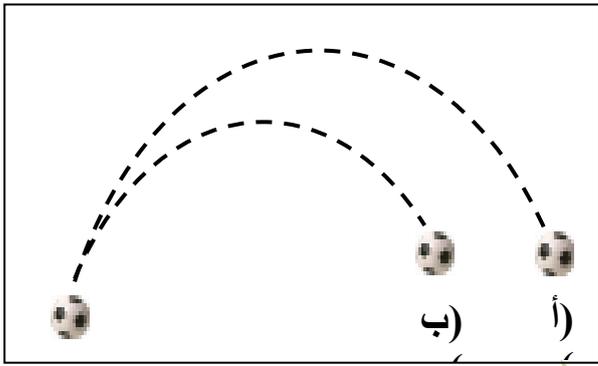
حركة القذيفة هي حركة أي جسم (المقذوف) قذف بزاوية في مجال الجاذبية . مثل قذيفة أطلقت من المدفع أو حجر قذف في الهواء أو سفينة فضائية تدور حول الأرض وغيرها .

• هناك **ثلاثة أنواع من المقذوفات** ينسب كل نوع لاتجاه القذف وهي 1- قذيفة رأسية

2- قذيفة أفقية 3- قذيفة مائلة بزاوية في مجال الجاذبية الأرضية وهذا ما سنتناول دراسته .

1- مسار حركة القذيفة :

المقذوفات : الأجسام التي تقذف أو تطلق في الهواء وتعرض لقوة جاذبية الأرض .



لاحظ : 1- تتبع المقذوفات مسارا منحنيا بالقرب من سطح الأرض .

2- في الشكل المقابل :

أ- **في غياب الاحتكاك مع الهواء :** يكون مسار القذيفة علي شكل

منحنى قطع مكافئ

ب- **في وجود مقاومة الهواء :** علي القذيفة تبطأ سرعتها نتيجة الاحتكاك مع الهواء ويتغير شكل المسار .

2- مركبتا حركة القذيفة :

1- المركبة الأفقية :

- تماثل الحركة الأفقية لكرة تتدحرج علي سطح منبسط كما بالشكل المقابل
- بإهمال الاحتكاك تكون حركة القذيفة علي **المحور الأفقي بسرعة ثابتة لعدم وجود مركبة لقوة الجاذبية تؤثر عليها أفقيا** وبالتالي **عدم وجود عجلة أفقية** .

ب- المركبة الرأسية :

- تشبه تماما السقوط الحر للأجسام حيث تعمل قوة الجاذبية في الاتجاه الرأسي كما بالشكل المقابل .
- تكون حركة القذيفة **حركة معجلة منتظمة هي عجلة الجاذبية الأرضية** وينطبق عليها معادلات السقوط الحر السابق دراستها .

ملاحظة هامة : الحركة الأفقية للقذيفة والحركة الرأسية غير مترابطتين (أنيتين) غير أن تأثيرهما معا ينتج المسار المنحني الذي تتبعه المقذوفات .

في الشكل (ج) : كرتان قذفت إحداهما أفقيا في حين أسقطت الأخرى رأسيًا في الوقت نفسه مع إهمال مقاومة الهواء **نجد أنهما وصلتا إلى الأرض باللحظة نفسها** .

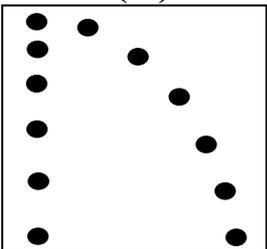
التفسير :

- 1- **الكرة التي سقطت رأسيًا** : حركتها تمثل **سقوطا حرا** حيث أنها تسقط تحت تأثير وزنها فقط . ويمكن تطبيق معادلات السقوط الحر عليها حيث $a = g$ وانها سقطت من سكون $v_0 = 0$

$$1 - V = gt$$

$$2 - V^2 = 2 g \Delta y$$

$$3 - \Delta y = \frac{1}{2} gt^2$$



2- الكرة التي قذفت أفقياً :

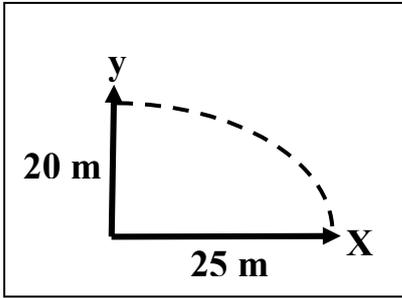
• تتحرك مسافة أفقية واحدة خلال الفترة بين ومضتين متتاليتين وان سرعتها الأفقية ثابتة وان حركتها على المحور الأفقي

تعطى بالمعادلة $\Delta x = v_x \Delta t$ المسافة الأفقية

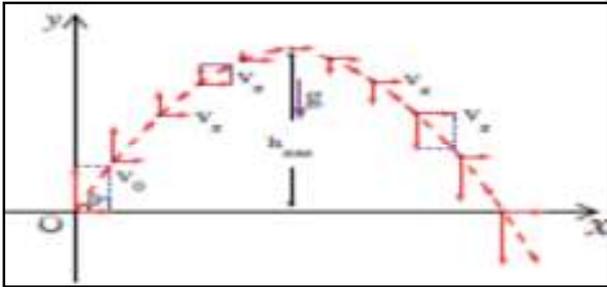
أما حركتها على المحور الرأسى فهي تماماً مثل حركة الكرة التي تسقط سقوطاً حراً أي تقطع فى أى لحظة المسافة الرأسية نفسها التي قطعها الكرة التي تسقط سقوطاً حراً . لهذا السبب نجد أن الكرتين تصلان إلى الأرض فى اللحظة نفسها . وعند أي نقطة على مسار المقذوف فإن الزمن اللازم لقطع المسافة الأفقية هو نفسه الزمن اللازم لقطع المسافة الرأسية .

الخلاصة : إن حركة القذيفة هي حركة مركبة من حركة منتظمة السرعة على المحور الأفقي وحركة منتظمة العجلة على المحور الرأسى .

مثال : رمي جسم من ارتفاع (20 m) عن سطح الأرض و بإزاحة أفقية تساوي (25 m) بإهمال مقاومة الهواء . أحسب :
أ- زمن وصول الجسم إلى سطح الأرض .
ب- السرعة الأفقية .



3- حركة قذيفة أطلقت بزاوية



لنأخذ الجسم الذي قذف من النقطة 0 بزاوية θ بسرعة ابتدائية مقدارها v_0 مع المحور الأفقي كما بالشكل المقابل :

محدد تحليل متجه السرعة الابتدائية يعطى :

$$V_{0x} = V_0 \cos \theta$$

$$V_{0y} = V_0 \sin \theta$$

أى أن حركة القذيفة مركبة من حركتين هما :

1- حركة على المحور الأفقى : هي حركة منتظمة السرعة $a_x = 0$ وتتمثل بالمعادلات :

$$\Delta x = v_{0x} t = v_0 \cos \theta t$$

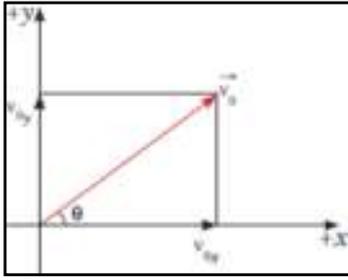
$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta$$

2- حركة على المحور الرأسى : هي حركة منتظمة العجلة $a_y = -g$ وتتمثل بالمعادلات :

$$1 - V_y = (V_0 \sin \theta) - gt$$

$$2 - V_y^2 = (V_0 \sin \theta)^2 - 2g \Delta y$$

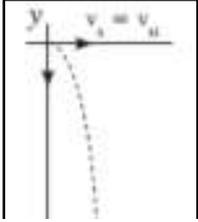
$$3 - \Delta y = (V_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} gt^2$$



لاحظ : 1- المركبة الأفقية للسرعة ثابتة علي مسار القطع المكافئ بينما المركبة الرأسية هي التي تتغير وتؤدي إلي تغير محصلة السرعة التي يمثلها قطر المستطيل .

2- يتغير مسار القذيفة بتغير زاوية الإطلاق (القذف) . أي يتوقف شكل مسار القذيفة علي زاوية الإطلاق (القذف) .

زاوية إطلاق القذيفة مختلفة	زاوية إطلاق القذيفة = 0°	زاوية إطلاق القذيفة = 90°
شكل المسار ... قطع مكافئ.	شكل المسار .. نصف قطع مكافئ	شكل المسار خط رأسي.



نصف قطع مكافئ

معادلة المسار

هي علاقة بين مركبة الحركة الأفقية ومركبة الحركة الرأسية خالية من متغير الزمن t .

$$\Delta x = v_{0x} t = v_0 \cos \theta t$$

$$\therefore t = \frac{\Delta x}{v_0 \cos \theta}$$

استنتاج معادلة المسار

وبتعويض مقدار t في المعادلة $\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \theta t$ وباعتبار أن نقطة الاطلاق هي (0,0) نحصل علي :

$$y = \left(\frac{-g}{2 v_0^2 \cos^2 \theta} \right) x^2 + \tan \theta x$$

أقصى ارتفاع (h_{max})

استنتاج معادلة لحساب أقصى ارتفاع : إن مركبة سرعة القذيفة الرأسية v_y عند أعلى نقطة تساوي صفراً أي ان :

$$-g t + v_0 \sin \theta = 0$$

وبالتالي إن الزمن للوصول إلي أعلى نقطة $t = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$ وبالتعويض في y نحصل علي أقصى ارتفاع :

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

هو المسافة الأفقية التي تقطعها القذيفة بين نقطة الإطلاق ونقطة الوصول علي الخط الأفقي المار بنقطة الإطلاق .

المدي :

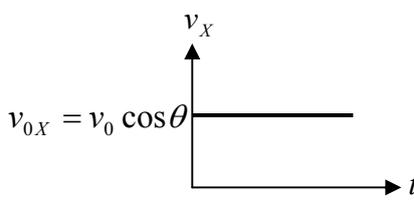
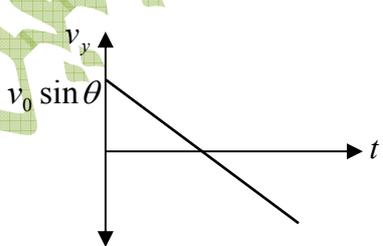
استنتاج معادلة لحساب المدى:

عندما تصل القذيفة إلى أقصى ارتفاع تكون قد قطعت نصف المدى . أما الزمن الكلي (t') لقطع المدى كاملاً فيساوي ضعف

$$t' = 2t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$$

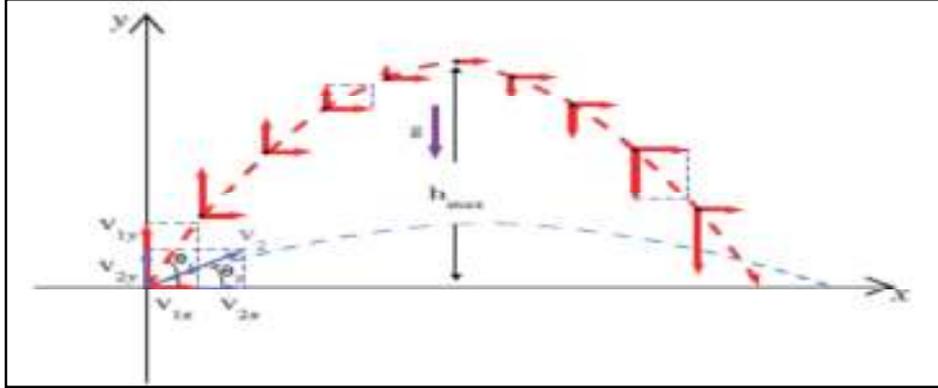
وبالتعويض في معادلة الحركة علي المحور الأفقي نحصل أمدى الأفقي (R) :

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

الموضوع	مركبة حركة القذيفة في الاتجاه الأفقي	مركبة حركة القذيفة في الاتجاه الرأسي
وجود قوة مؤثرة وتحديد اتجاهها (بفرض إهمال الاحتكاك)	لا توجد قوة في الاتجاه الأفقي $\vec{F}_x = 0$	تؤثر قوة جذب الأرض علي الجسم (وزنه) واتجاهها رأسياً لأسفل دائماً $\vec{F}_y = W = m \cdot g$
نوع الحركة	حركة بسرعة ثابتة (منتظمة)	حركة بعجلة منتظمة
مركبة السرعة بدلالة السرعة الابتدائية	$v_{0X} = v_0 \cos \theta$	$v_{0y} = v_0 \sin \theta$
معادلة السرعة في هذا الاتجاه في أية لحظة	$v_{Xt} = v_{0X} = v_0 \cos \theta$	$v_{yt} = v_{0y} - gt = v_0 \sin \theta - gt$
معادلة زمن الحركة	$t_{Rang} = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$	$t_{\max. height} = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$
شكل منحنى (v-t)		

4- العلاقة بين زاوية الإطلاق والمدى الأفقي وأقصى ارتفاع :

- عند إطلاق قذيفتين بسرعة ابتدائية متساوية ولكن بزوايتي إطلاق مختلفتين يحدث ما يوضحه الشكل التالي :



وجه المقارنة	زاوية إطلاق أكبر (θ_1)	زاوية إطلاق أقل (θ_2)
مركبة السرعة الرأسية	أكبر	أصغر
مركبة السرعة الأفقية	أصغر	أكبر
ارتفاع القذيفة	أكبر	أصغر
مدى القذيفة	أصغر	أكبر

ملاحظات هامة :

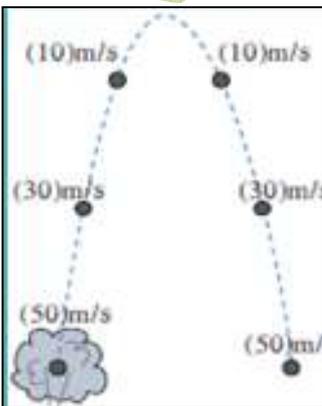
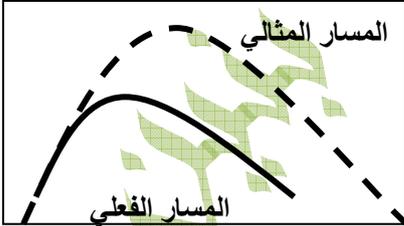
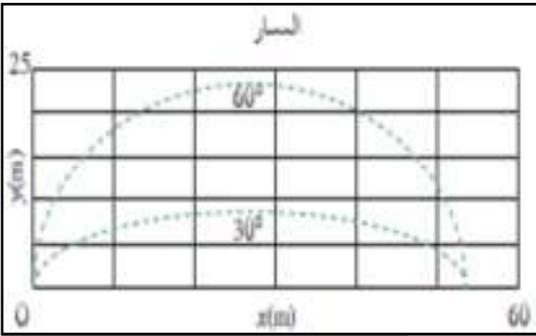
- 1- كلما كانت المركبة الأفقية للقذيفة أقل كان المدى أقل .
- 2- عند إطلاق قذيفتين مختلفتين بزوايتين مجموعتهما (90°) في ظل غياب مقاومة الهواء فإنهما يصلان للمدى نفسه . ولكن الذي أطلق بزواية أصغر سيستمر مساره في الهواء لفترة أقصر . كما بالشكل المقابل .
- 3- يصل الجسم المقذوف إلى أبعد مدى عندما يقذف بزواية (45°) .

- 4- عندما تكون مقاومة الهواء غير مهملة يتناقص مدى القذيفة ويصبح المسار قطعاً مكافئاً غير حقيقي كما بالشكل المقابل .

- 5- عند إهمال الاحتكاك : أ- زمن وصول القذيفة لأقصى ارتفاع يساوي زمن الهبوط من هذا الارتفاع .

- ب- السرعة التي تفقدها القذيفة أثناء الصعود هي نفسها التي تكتسبها أثناء الهبوط لأن عجلة التباطؤ عند الصعود لأعلى تساوي عجلة التسارع عند الهبوط لأسفل . كما بالشكل المقابل .

- ج- سرعة اصطدام القذيفة بالأرض هي السرعة نفسها التي أطلقت بها القذيفة من الأرض لأعلى .



- 6- أما في حالة عدم إهمال الاحتكاك فستصل الكرة إلى ارتفاع أقل وتختلف سرعتها لحظة الاصطدام عن سرعة الإطلاق
- 7- نفترض أن سطح الأرض مستو أثناء دراسة حركة المقذوفات قصيرة المدى والتي تناولناها في هذا الدرس .
- 8- أما لدراسة المقذوفات بعيدة المدى فإن انحناء سطح الأرض يجب أن يدخل في الاعتبار لأن إطلاق جسم بسرعة مناسبة سيجعله يسقط حول الأرض ويصبح قمراً صناعياً .

ملاحظة هامة : 1- لحساب سرعة الجسم في أي لحظة : نحسب المركبة الأفقية للسرعة V_x والمركبة الرأسية V_y ثم نحسب السرعة من العلاقة :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

2- لحساب موقع الجسم في أي لحظة : نحسب الاحداثي الأفقي x والاحداثي الراسي y

(ج) : علل لكل مما يلي تعليلاً علمياً سليماً :

1- عند درجة كرة علي سطح أفقي عديم الاحتكاك ، تبقي سرعتها ثابتة.

لعدم وجود مركبة لقوة الجاذبية (عدم وجود قوة أفقية وبالتالي عدم وجود عجلة) .

2- عدم وجود عجلة أفقية للجسم المقذوف بزاوية (θ) مع المحور الأفقي .
لعدم وجود قوة أفقية .

3- أطلقت قذيفتان بسرعة ابتدائية متساوية ، فيكون للقذيفة التي أطلقت بزاوية إطلاق أكبر ، مدي أفقي أصغر

لأن مركبة السرعة الأفقية للقذيفة التي أطلقت بزاوية إطلاق أكبر تكون أصغر من تلك التي أطلقت بزاوية أقل مما يؤدي إلي مدي أصغر. ($v_x = v_o \cos \theta$) .

4- يتغير مسار القذيفة بتغيير زاوية الإطلاق بالنسبة إلي المحور الأفقي .

1- من معادلة المسار $y = \left(\frac{-g}{2 v_0^2 \cos^2 \theta} \right) x^2 + \tan \theta \cdot x$ نجد أن مسار القذيفة يتغير بتغيير زاوية

الإطلاق بالنسبة إلي المحور الأفقي فإذا كانت الزاوية صفر يكون شكل المسار نصف قطع مكافئ ، أما إذا كانت الزاوية 90 يصبح مسار القذيفة خطاً رأسياً .

5- السرعة التي تفقدها القذيفة أثناء الصعود هي نفسها التي تكتسبها أثناء الهبوط .

2- لأن عجلة التباطؤ عند الصعود لأعلي تساوي عجلة التسارع عند الهبوط لأسفل (زمن صعود القذيفة لأعلي يساوي زمن الهبوط لأسفل) .

مسائل متنوعة

1- ألقيت كرة من ارتفاع (4 m) و بسرعة أفقية (10 m / s) و بإهمال مقاومة الهواء . أحسب :
أ- زمن وصول الجسم إلي سطح الأرض .

ب- الإزاحة الأفقية

أ / أحمد سمير

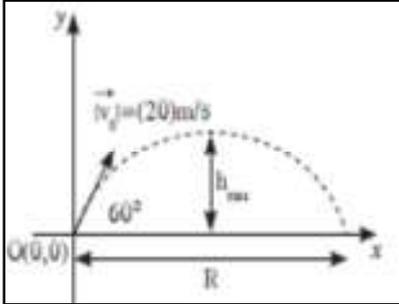
2- قذف جسم من سطح الأرض بسرعة ابتدائية (25 m / s) و بزاوية (53°) مع المحور الأفقي . ليعود إلي الأرض افترض أن عجلة الجاذبية $g = (10) \text{m/s}^2$ أحسب :
 أ- أقصى ارتفاع

ب- ألمدي

ج- موقع الجسم بعد ثانية .

د- سرعته بعد ثانية .

3- أطلقت قذيفة بزواوية (60°) مع المحور الأفقي من النقطة $(0,0)$ وبسرعة ابتدائية $v_0 = (20) \text{ m / s}$ كما بالشكل المقابل . أهمل مقاومة الهواء .
 أ- أكتب معادلة المسار للقذيفة .



ب- احسب الزمن الذي تحتاجه للوصول إلي أقصى ارتفاع .

ج- استنتج مقدار أقصى ارتفاع تبلغه القذيفة .

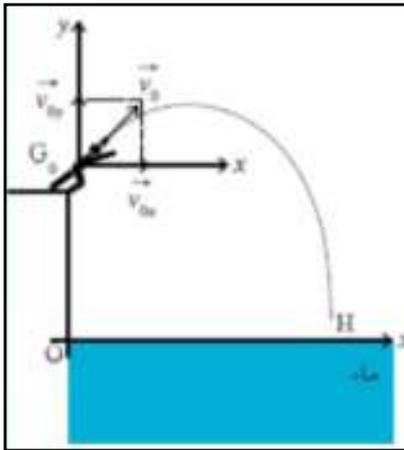
د- احسب ألمدي الأفقي الذي تبلغه القذيفة علما أنها اصطدمت بالأرض عند نقطة تقع علي الخط المار بنقطة القذف .

هـ- احسب متجه السرعة لحظة اصطدام القذيفة بالأرض .

4- في إطار مباراة إطلاق السهم أرسل أحد المتبارين السهم بسرعة ابتدائية $v_0 = (50) \text{ m / s}$ وذلك لكي يصل إلى هدفه الموجود على مسافة $(80) \text{ m}$ علماً بأن مركز الهدف هو على المستوى الأفقي نفسه مع يد المتباري وبإهمال مقاومة الهواء .

أ- حدد قيمة زاوية θ بالنسبة إلى المحور الأفقي لكي يتمكن المتباري من إصابة مركز الهدف الموجود على بعد $(80)\text{m}$

ب- إذا تم الإطلاق بزاوية (9°) دائماً بالنسبة إلى المحور الأفقي احسب قيمة المسافة الأفقية التي قطعها السهم . هل يصل السهم إلى الهدف ؟ قيم إجابتك ؟



5- لدراسة حركة مركز ثقل الغطاس خلال قفزه إلى الماء عن خشبة كما بالشكل المقابل نفترض أن الغطاس ترك الخشبة في اللحظة صفر $(t=0)$ بسرعة ابتدائية v_0 وبزاوية قدرها (40°) بالنسبة إلى المحور الأفقي في لحظة الانطلاق كان الغطاس في النقطة G_0 التي ترتفع $(6) \text{ m}$ عن سطح الماء $(x_0 = 0, y_0 = (6)\text{m})$
 أ- إذا كانت أعلى نقطة يصل إليها الغطاس هي على مسافة $(1) \text{ m}$ من مستوي الإطلاق احسب سرعة الغطاس الابتدائية v_0 .

ب- اكتب معادلة المسار لحركة مركز ثقل الغطاس .

الفصل الثاني : الحركة الدائرية
الدرس (1-2) وصف الحركة الدائرية

الحركة الدائرية :

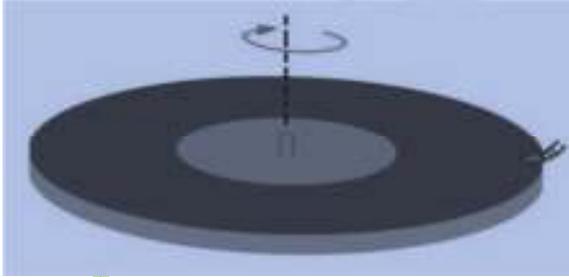
حركة الجسم علي مسار دائري حول مركز دوران مع المحافظة علي مسافة ثابتة منه .

لاحظ : تكون الحركة الدائرية منتظمة عندما يتحرك الجسم في مسار دائري بسرعة خطية ثابتة القيمة .

1- الدوران المحوري والدوران المداري

المعور : هو الخط المستقيم الذي تحدث حوله الحركة الدائرية .

وجه المقارنة	الحركة الدائرية المحورية (المغزلية)	الحركة الدائرية المدارية
التعريف	حركة الجسم حول محور داخلي (المحور يستقر داخل هذا الجسم)	حركة الجسم حول محور خارجي
أمثلة	دوران الأرض حول محورها - لعبة الساقية الدوارة - المتزلج علي الجليد عندما يدور حول محور داخلي	دوران الأرض حول الشمس - حركة دوران الركاب في لعبة الساقية الدوارة



في الشكل المقابل تدور المنضدة حول محورها (دوران محوري) . بينما تدور الحشرة الموجودة عند حافتها بشكل مداري حول المحور نفسه .

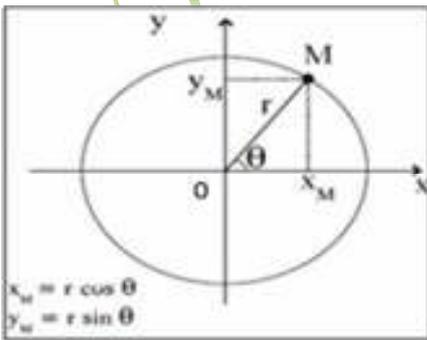
لاحظ : إذا كان محور الدوران داخل الجسم تكون الحركة الدائرية محورية (مغزلية) وإذا كان محور الدوران خارج الجسم تكون الحركة الدائرية مدارية .

2- الإزاحة الزاوية

الحركة : هي تغير الموقع بالنسبة للزمن .

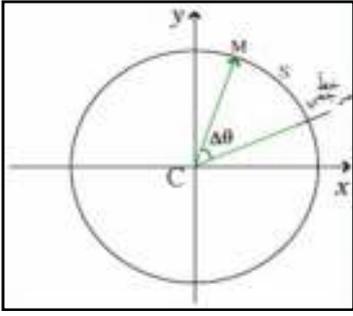
• يمكن أن نصف حركة جسم علي مسار دائري كآلاتي :

- 1- عن طريق المركبتين (x,y) لمتجه الموقع \vec{OM} أو باستخدام التمثيل الرياضي للمتجه OM حيث $|\vec{OM}| = (r, \theta)$ حيث r نصف قطر المسار الدائري . وبما أن نصف القطر ثابت فنكتفي بالزاوية (θ) لتحديد الموقع . كما بالشكل المقابل .
أي أنه يمكن وصف إزاحة جسم يتحرك علي مسار دائري بالزاوية (θ) عندما تقاس بالراديان .



الإزاحة الزاوية

هي الزاوية التي تقاس بين الخط المرجعي والخط المار بالنقطة والمركز



2- يمكن وصف الحركة الدائرية أيضا بالمسافة المقطوعة على القوس .

طول القوس (S) : المسافة التي قطعها الجسم على المسار الدائري عند تحركه بزاوية θ .

العلاقة بين طول القوس (S) و الزاوية θ :

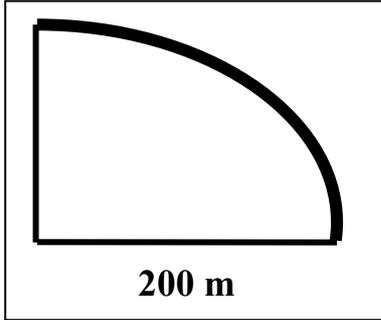
$$s = r \theta$$

حيث θ تقاس بالراديان
r نصف القطر

ملاحظة هامة : لإيجاد العلاقة بين الدرجة والراديان نستخدم العلاقة :

$$2 \pi \text{ rad} = 360^\circ$$

مثال 1 : يقف حكم مباراة الركض في مركز المسار الدائري المخصص للسباق علي بعد (200 m) من لاعب يقف علي الخط المرجعي باتجاه الشرق يستعد للركض بالاتجاه الدائري الموجب . ركض اللاعب علي المسار حتى نقطة النهاية التي تقع شمال الحكم علي المحور الرأسي . أ- أحسب المسافة التي قطعها اللاعب .



ب- كم تكون مسافة السباق إذا أكمل اللاعب دورة كاملة .

3- السرعة في الحركة الدائرية

أ- السرعة الخطية (العديدية) أو المماسية (v)

هي طول القوس المقطوع خلال وحدة الزمن .

$$v = \frac{s}{t}$$

ملاحظات هامة : 1- السرعة الخطية تتناسب طرديا مع البعد عن محور الدوران (r) .

2- تسمى أيضا بالسرعة المماسية لأن اتجاه الحركة يكون دائما مماسا للدائرة .

3- السرعة الخطية لجسم يدور عند الحافة الخارجية للساقية الدوارة أكبر من السرعة الخطية لجسم يدور بالقرب من المركز (السرعة الخطية عند المركز تساوي صفرا) . لأنه كلما اقترب من مركز الدوران يقل طول القوس الذي يقطعه الجسم وينعدم عندما يكون الجسم عند مركز الدوران .

ب- السرعة الدائرية (الزاوية) (ω)

هي عدد الدورات في وحدة الزمن . أو هي مقدار الزاوية بالراديان التي يمسخها نصف القطر في وحدة الزمن .

يمكن حساب السرعة الزاوية من العلاقة :

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta}{t}$$

باعتبار أن $\theta_0 = 0 \text{ rad}$ و $t_0 = 0 \text{ s}$ وتقاس بوحدة rad / s

ويمكن حساب θ من العلاقة :

$$\theta = 2\pi N$$

حيث أن (N) عدد الدورات

ملاحظات : 1- السرعة الزاوية (الدائرية) متساوية لجميع نقاط السطح الدوار لأن لها معدل الدوران نفسه .

2- يمكن التعبير عن السرعة الدائرية بالدورة المدارية في الدقيقة مثل اسطوانة التسجيل .

4- العلاقة بين السرعة المماسية والسرعة الدائرية

السرعة المماسية = المسافة نصف القطرية X السرعة الدائرية (الزاوية)

$$v = \omega r$$

لاحظ : 1- السرعة الدائرية (ω) تتناسب طردياً مع السرعة المماسية (v).

2- السرعة المماسية (v) تتناسب طردياً مع السرعة الدائرية (ω) والمسافة من محور الدوران .

3- السرعة المماسية عند مركز دوران المسطح الدائري تساوي الصفر وتزداد قيمتها كلما ابتعدنا عن المركز لأنها

تعتمد علي البعد عن محور الدوران (r) لكن السرعة الدائرية (ω) ثابتة لا تتغير قيمتها بتغير (r) .

الخلاصة :

في أي نظام جاسيء تكون لجميع الأجزاء السرعة الدائرية نفسها علي الرغم من أن السرعة الخطية أو المماسية تتغير . السبب هو أن السرعة المماسية تعتمد علي السرعة الدائرية (الزاوية) والمسافة من محور الدوران (نصف القطر) .

حلل لما يلي :

1- تكون جميع أجزاء الجسم المتحرك حركة دائرية السرعة الدائرية نفسها علي الرغم من أن السرعة الخطية أو المماسية تتغير .

لأن السرعة المماسية تعتمد علي السرعة الدائرية (الزاوية) والمسافة من محور الدوران (نصف القطر)

2- كلما زادت سرعة دوران لعبة الساقية الدوارة في المدينة الترفيهية زادت السرعة المماسية .

لأن السرعة المماسية تتناسب طردياً مع السرعة الدائرية والمسافة نصف القطرية من محور الدوران .

3- يكون لكل أجزاء دوران المنضدة الدوارة المعدل نفسه .

لأن كل الأجزاء الصلبة للمنضدة تدور حول محورها في الفترة الزمنية نفسها ، أو عدد الدورات نفسه في وحدة الزمن

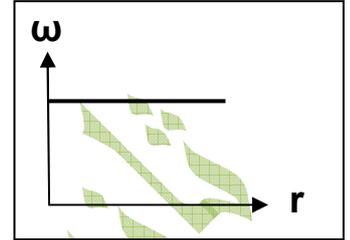
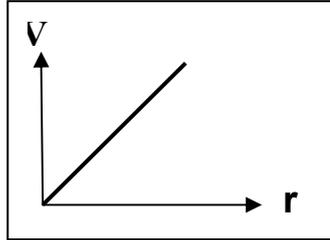
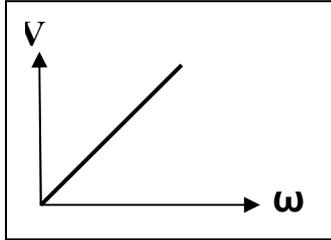
4- انعدام السرعة الخطية عند المركز (المحور) مع وجود سرعة زاوية ثابتة .

$$\because v = \omega \cdot r \quad , \quad \because r = 0 \Rightarrow v = 0$$

أذكر العوامل التي يتوقف عليها كل من :

1) مقدار السرعة المماسية لجسم .

أ- السرعة الدائرية (الزاوية) ب- نصف القطر

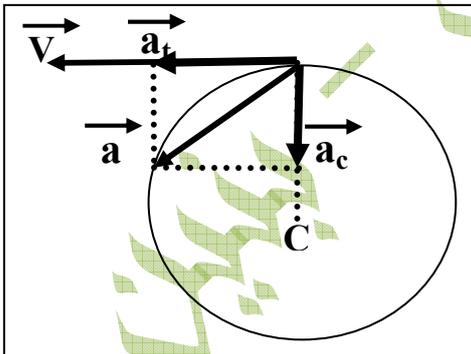


مثال 2 : في لعبة دوارة الخيل التي تدور بسرعة دائرية منتظمة تساوي دورة واحدة كاملة كل 45 ثانية . يجلس ولدان علي حصانين الأول يبعد (2) m عن محور الدوران والثاني يبعد (4) m عن محور الدوران احسب :
أ- السرعة الدائرية لكل ولد .

ب- السرعة الخطية لكل ولد .

العجلة في الحركة الدائرية

• يمكننا التعبير عن العجلة لجسم على المسار الدائري باستخدام العجلة الخطية أو العجلة الزاوية .



1- العجلة الخطية :

هي تغير السرعة المتجهة بالنسبة إلي الزمن .

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

وتحسب من العلاقة :

ومن الشكل المقابل نجد أن العجلة الخطية تحلل إلى مركبتين متعامدتين هما:

أ- العجلة المماسية (\vec{a}_t) : لها اتجاه السرعة الخطية وتتغير قيمتها بتغير السرعة المماسية .

ب- العجلة المركزية (\vec{a}_c) : اتجاهها نحو المركز و عمودية علي السرعة الخطية (المركبة المماسية) .

هي تغير السرعة الزاوية ω خلال الزمن .

2- العجلة الزاوية (θ''):

$$\theta'' = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

وتحسب من العلاقة :

وتقاس بوحدة : rad / s^2

العجلة والحركة الدائرية المنتظمة

هي حركة جسم علي مسار دائري بسرعة ثابتة المقدار .

الحركة الدائرية المنتظمة :

لاحظ الآتي :

نوع العجلة	خصائصها في الحركة الدائرية المنتظمة
العجلة المماسية	تساوي صفرا لأنها تساوي التغير في السرعة الخطية والسرعة الخطية ثابتة المقدار .
العجلة المركزية	اتجاهها دائما باتجاه مركز المسار و لها مقدار ثابت حيث تنتج عن التغير في اتجاه السرعة الخطية وتحسب من العلاقة $a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ حيث أن v هي السرعة الخطية و ω السرعة الزاوية و r نصف القطر .
العجلة الزاوية	تساوي صفرا لأن السرعة الزاوية ω في الحركة الدائرية المنتظمة ثابتة المقدار لا تتغير بالنسبة للزمن .

التردد والزمن الدوري في الحركة الدائرية المنتظمة

وجه المقارنة	التردد	الزمن الدوري
التعريف	عدد الدورات الكاملة التي يدورها الجسم في الثانية الواحدة	الزمن الذي يستغرقه الجسم ليدور دورة كاملة علي محيط دائرة الحركة
وحدة القياس الدولية	الهرتز (Hz)	الثانية (s)
العلاقة الرياضية	$f = \frac{N}{t}$ حيث ان N عدد الدورات و t الزمن الكلي للدورات	$T = \frac{t}{N}$ حيث ان N عدد الدورات و t الزمن الكلي للدورات
العلاقة الرياضية بينهما	$f = \frac{1}{T}$	$T = \frac{1}{f}$

استنتاج العلاقة بين الزمن الدوري والسرعة الزاوية :

$$v = \frac{s}{t} \quad \text{في الحركة الدائرية المنتظمة}$$

بما انه خلال زمن يساوي الزمن الدوري (T) فإن المسافة $s = 2 \pi r$ وبالتالي $v = \frac{2 \pi r}{T}$ بهذا يكون :

$$T = \frac{2 \pi r}{v} = \frac{2 \pi r}{\omega r}$$

$$\therefore T = \frac{2 \pi}{\omega}$$

$$\omega = \frac{2 \pi}{T} = 2 \pi f$$

لاحظ : من العلاقة السابقة نستنتج أن :

حلل لما يلي :

- 1- عجلة المماسية لجسم يتحرك حركة دائرية تساوي صفر، بينما العجلة المركزية ثابتة المقدار .
لأن السرعة الخطية في الحركة الدائرية المنتظمة تكون ثابتة المقدار ، أما اتجاهها فيتغير وبالتالي العجلة المماسية تساوي صفر .
- 2- العجلة الزاوية في الحركة الدائرية المنتظمة تساوي صفر .
لأن السرعة الزاوية في الحركة الدائرية المنتظمة ثابتة المقدار لا تتغير بالنسبة إلي الزمن .

مثال 3- كرة كتلتها g (150) مربوطة بطرف خيط تدور بحركة دائرية منتظمة علي مسار دائري نصف قطره يساوي cm (60) تصنع الكرة دورتين كاملتين في الثانية الواحدة . احسب :
أ- مقدار السرعة الخطية للكرة .

ب- العجلة المركزية .

مسائل متنوعة

مسألة 1- يدور قرص مدمج في جهاز الاستريو بسرعة دورانية ثابتة تساوي 200 دورة في الدقيقة احسب :
أ- الزمن الذي يحتاجه ليقوم بدورة واحدة .

ب- السرعة الخطية لنقطة موجودة علي القرص تبعد 5 cm عن مركز الدوران .

مسألة 2- إطار دراجة نصف قطره 50 cm يدور بسرعة 300 دورة في الدقيقة . احسب :
أ- مقدار السرعة الزاوية لأي نقطة موجودة علي حافة الإطار .

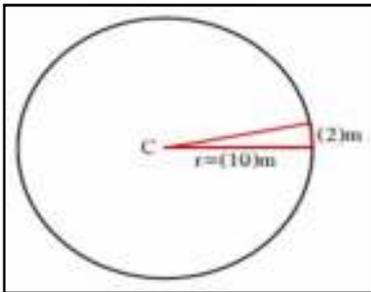
ب- السرعة الزاوية لنقطة M موجودة علي بعد 10 cm من محور الدوران .

ج- السرعة الخطية للنقطة M .

مسألة 3-

جسم يتحرك بسرعة منتظمة علي مسار دائري نصف قطره 10 m . إذا رسم قوسا كما بالشكل بالمقابل . احسب :
أ- الإزاحة الزاوية للجسم

ب- السرعة الزاوية لحركة الجسم إذا استغرقت الإزاحة ثانيتين .

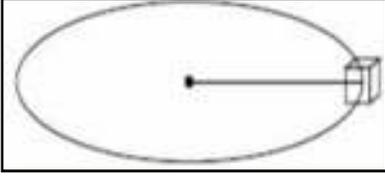


مسألة 4 : قرص يدور حول مركزه بسرعة (600) دورة في الدقيقة . احسب :
أ- السرعة الزاوية لأي نقطة علي حافة القرص .

ب- السرعة الخطية v لهذه النقطة إذا كان نصف قطر القرص 40 cm .

مسألة 5 : كتلة مقدارها 2 kg تدور بسرعة دائرية (زاوية) قدرها 5 rad / s علي مسار دائري نصف قطره 1 m . احسب :
أ- سرعتها الخطية .

ب- العجلة المركزية .



مسألة 6 : يدور جسم مربوط بخيط في دائرة قطرها 240 cm بسرعة زاوية تساوي 30 دورة في الدقيقة . كما بالشكل المقابل احسب :
أ- سرعته الخطية .

ب- عدد الدورات التي يصنعها الجسم خلال دقيقتين .

ج- مقدار العجلة المماسية والعجلة الزاوية والعجلة المركزية

مسألة 7 : كتلة صغيرة موجودة عند منتصف المسافة بين محور قرص مدمج وحافته ماذا سيحدث لسرعة النقطة الخطية
أ- إذا تضاعفت السرعة الزاوية .

ب- إذا وجدت النقطة عند حافة القرص المدمج ؟

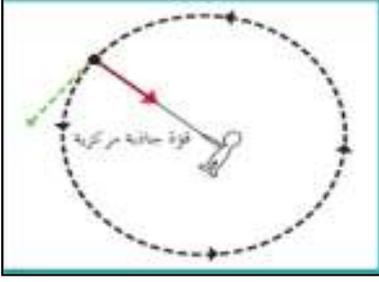
ج- إذا تضاعفت السرعة الزاوية . ووجدت النقطة عند حافة القرص المدمج ؟

مسألة 8 – احسب عدد دورات عجلة دراجة قطرها 70 cm عندما تقطع الدراجة مسافة 22 m .

الدرس (2-2) القوة الجاذبة المركزية

القوة الجاذبة المركزية

القوة التي تسبب الحركة الدائرية للكتلة ويكون اتجاهها دائما نحو مركز الدائرة .



ملاحظة :

- 1- القوة الجاذبة المركزية هي : أ- أي قوة عمودية علي المسار الدائري للجسم المتحرك .
- ب- أي قوة عمودية علي سرعة الجسم فتجعل مساره دائريا .

أنواع القوة الجاذبة المركزية :

- 1- قوة الجاذبية الأرضية قوة جاذبة مركزية تجعل القمر يدور حولها في مدار شبه دائري .
- 2- قوة الجذب الكهربائي بين النواة والالكترونات قوة جاذبة مركزية تجعل الالكترونات تدور حول النواة .
- 3- قوة الاحتكاك بين إطارات السيارة والمسار الدائري قوة جاذبة مركزية تمنع السيارة من الانزلاق علي المسار الدائري .



الشكل (2)



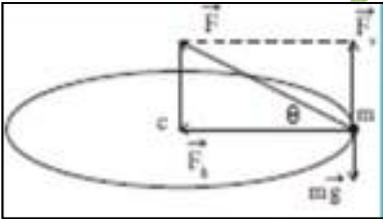
الشكل (1)

لاحظ :

- في الشكل (1) من أجل أن تدور السيارة في منحنى يجب أن يكون هناك احتكاك كاف لكي تنشأ القوة الجاذبة المركزية المطلوبة .
- في الشكل (2) إذا كانت قوة الاحتكاك غير كافية سوف يحدث انزلاق جانبي بعيدا جدا عن مركز الانحناء .

مقدار القوة الجاذبة المركزية

القوة الجاذبة المركزية تؤثر علي حركة الجسم في كل نقطة من مساره فيغير مساره باستمرار ويكتسب عجلة مركزية .



في الشكل المقابل القوة المؤثرة على الكتلة (m) والتي تتحرك حركة دائرية منتظمة هي :

- 1- ثقل الكتلة (mg)
 - 2- القوة \vec{F} المبذولة علي الخيط : ولها مركبتان أفقية ورأسية $\vec{F} = \vec{F}_v + \vec{F}_h$
- ونجد أن : تتساوي المركبة الرأسية \vec{F}_v في المقدار وتعاكس في الاتجاه مع ثقل الجسم أي محصلتهما تساوي صفرا كما بالشكل المقابل .

نستنتج من ذلك أن : محصلة القوي التي تؤثر علي الكتلة هي المركبة الأفقية \vec{F}_h واتجاهها نحو مركز الدائرة أي أنها القوة

الجاذبة المركزية \vec{F}_c

$$\Sigma \vec{F} = m a$$

وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$F_c = m a$$

وبما أن العجلة a هي العجلة المركزية ومقدارها

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$\therefore F_c = \frac{m v^2}{r} \quad \text{واتجاهها نحو المركز}$$

$$F_c = m a_c = \frac{m v^2}{r} = m \omega^2 r$$

ملاحظة :

1- كلا من القوة المركزية والعجلة المركزية تتناسب طرديا مع نصف القطر عند ثبات السرعة الزاوية وعكسيا مع نصف القطر عند ثبات السرعة الخطية.

الخلاصة

القوة الجاذبة المركزية هي ببساطة تسمية تطلق علي قوة أو محصلة لعدة قوي مؤثرة علي جسم يتحرك حركة دائرية منتظمة تكسبه تسارعا مركزيا يتناسب مقداره طرديا مع مربع السرعة الخطية ويتناسب عكسيا مع نصف قطر المسار .



ملاحظة : 1- تؤدي القوة الجاذبة المركزية الدور الأساسي في عمليات الطرد المركزي حيث أن دوران الحوض المغزلي للغسالة الأوتوماتيكية يولد قوة مركزية تؤثر بها جدرانها على الملابس المبللة التي تجبر على التحرك في مسار دائري.

2- لكن الفتحات الموجودة بالحوض تمنعه من بذل القوة نفسها على الماء الموجود في الملابس ويخرج الماء من خلال فتحات الحوض في مسار مستقيم بتأثير قصوره الذاتي لأنه لم يتأثر بأية قوة

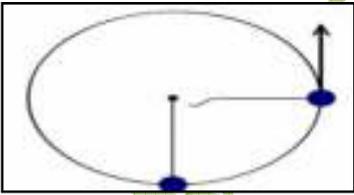
مثال 1- سيارة كتلتها (1.5) tons تتحرك بسرعة منتظمة علي طريق دائرية نصف قطرها (50) m احسب القوة المركزية المؤثرة علي السيارة إذا أكملت خمس دورات في (314) s .

مثال 2- يطير الطيار بطائرته الصغيرة بسرعة (56.6) m / s في مسار دائري نصف قطره يساوي (188.5)m احسب :
1- كتلة الطائرة إذا علمت أن القوة الجاذبة المركزية اللازمة لإبقائها علي مسارها الدائري تساوي (1.89 x 10⁴) N

زوال القوة الجاذبة المركزية

في الشكل المقابل ماذا يحدث مع التفسير : عند إفلات الخيط نجد أن الجسم انطلق بخط مستقيم باتجاه المماس عند موقعه لحظة إفلات الخيط .

التفسير : اعتمادا علي القانون الأول لنيتون فعند إزالة القوة الجاذبة المركزية يصبح مقدار محصلة القوي المؤثرة علي الجسم صفرا في غياب الاحتكاك .
أي انه لا توجد أي قوة تغير اتجاه سرعته وتبقيه علي المسار الدائري وبالتالي يتابع الجسم حركته بحركة خطية منتظمة .

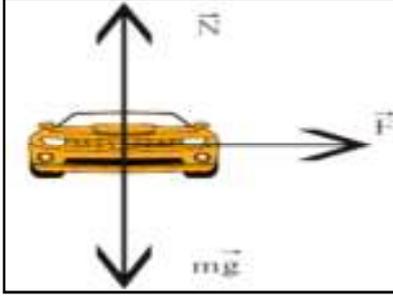


مسألة 1- عندما تستدير الطائرة أثناء تحليقها بسرعة (50)m/s علي مسار دائري قطره (360)m تحتاج لكي تحافظ علي حركتها الدائرية إلي قوة جاذبة مركزية مقدارها (20000) N احسب مقدار كتلة الطائرة .

مسألة 2 : يتحرك ولد علي دراجته بسرعة خطية $v = 10 \text{ m/s}$ علي مسار دائري علما أن كتلة الدراجة والولد تساوي (80)kg والقوة الجاذبة المركزية المسببة للدوران تساوي (350) N احسب نصف قطر المسار .

تطبيقات حول القوة الجاذبة المركزية في الحياة العملية

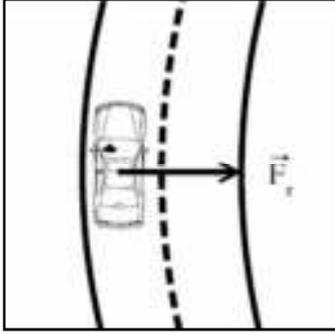
1- الانزلاق على المنعطفات الأفقية



- لكي تدور أو تنعطف سيارة كتلتها (m) بأمان على طريق أفقي يجب أن تكون قوة الاحتكاك بين عجلات السيارة والطريق مساوية أو أكبر من القوة الجاذبة المركزية

• في الشكل المقابل القوى المؤثرة على السيارة :

- 1- وزن السيارة إلى أسفل (mg)
- 2- رد الفعل إلى أعلى (N) وتتعاقد مع وزن السيارة $N = mg$
- 3- قوة الاحتكاك بين العجلات والطريق الأفقية f وتمثل القوة الجاذبة المركزية .



السيارة تبدو من أعلي

معامل الاحتكاك μ

النسبة بين قوة الاحتكاك f وقوة رد الفعل N

$$\mu = \frac{f}{N}$$

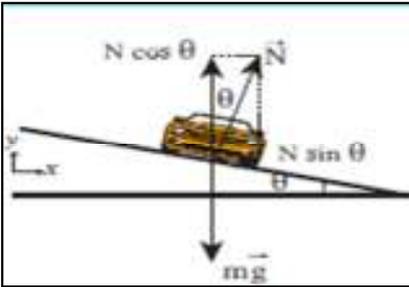
نستنتج أنه عندما تكون قوة الاحتكاك

- 1- مساوية لقوة الجذب المركزية تستقر السيارة على المسار الدائري أو تنعطف بأمان .

$$F_c = f = \frac{mv^2}{r} = m \omega^2 r = \mu N = \mu mg$$

- 2- أكبر من القوة الجاذبة المركزية لا يحدث انزلاق وتستقر السيارة على مسارها .
- 3- أقل من القوة الجاذبة المركزية كما في الأيام الممطرة تنزلق السيارة عن مسارها .

2- المنعطفات المائلة



- إن إمالة المنعطفات عن المستوي الأفقي بزوايا مناسبة بشكل يجعل حافة الطريق الخارجية أعلى من الحافة الداخلية يقلل من احتمال الانزلاق لأنه يساعد السيارة على الالتفاف من غير الاعتماد على قوة الاحتكاك .
- في الشكل المقابل يمكن تحليل رد فعل الطريق إلى مركبتين هما :
أ- المركبة الأفقية ($N \sin \theta$) تكون باتجاه مركز تقوس الطريق فتلعب دور القوة الجاذبة المركزية اللازمة .

$$F_c = N \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

ب- المركبة العمودية لرد الفعل ($N \cos \theta$) وتساوي وزن السيارة mg

$$N \cos \theta = mg$$

ملاحظة : يتم اختيار زاوية إمالة الطريق (θ) بحيث يمكن أن تنعطف السيارة أو تستقر بأمان علي المسار الدائري عندما تعبر المنعطف بسرعة معينة (v) تسمى سرعة التصميم (السرعة الآمنة القصوى).

استنتاج المعادلة المستخدمة في حساب سرعة التصميم :

$$N \sin \theta = \frac{m v^2}{r} \quad \longrightarrow \quad (1)$$

$$N \cos \theta = m g \quad \longrightarrow \quad (2)$$

وبقسمة المعادلة (1) علي المعادلة (2) نحصل علي

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

علل لما يلي تعليلا علميا دقيقا

1- للعجلة المركزية قيمة في الحركة الدائرية على الرغم من ثبات السرعة .
بسبب تغير اتجاه السرعة الخطية .

2- يخرج الماء من الملابس باتجاه الثقوب في النشافة بينما تتجه الملابس نحو داخل الحوض .

يؤثر الجدار الداخلي للحوض على الملابس بقوة جاذبة مركزية ليجبره على الحركة في المسار الدائري (دون الماء) الذي يخرج من الفتحات الموجودة في جدار الحوض بفعل قصوره الذاتي

3- إمالة الطرف الخاجي للطرقات عند المنعطفات

لتوفير قوة جاذبة مركزية $N \sin \theta$ لا تعتمد على قوة الاحتكاك التي تتأثر بظروف الطريق و حني يقلل من احتمال انزلاق السيارات وبالتالي يساعد السيارة علي الالتفاف من غير الاعتماد علي قوة الاحتكاك

4- السرعة القصوى الآمنة على طريق دائري لا تعتمد على كتلة السيارة .

$$v = \sqrt{rg \tan \theta}$$

من العلاقة السابقة نجد أن السرعة لا تتوقف علي كتلة السيارة

5- حركة الملابس داخل حوض الغسالة الأوتوماتيكية تكون في مسار دائري .

لأن الجدار الداخلي للحوض يؤثر بقوة جاذبة مركزية علي الملابس المبللة .

6- يتحرك في مسار مستقيم اذا تم افلات الحبل الذي يدور به

لأن القوة الجاذبة المركزية تتلاشي وتصبح محصلة القوي المؤثرة عليه تساوي صفر فيتحرك الجسم تحت تأثير القصور الذاتي في خط مستقيم وبسرعة ثابتة .

7- حدوث انزلاق للسيارات المتحركة غلي المنعطفات الأفقية في الايام الممطرة

لأن قوة الاحتكاك بين العجلات والطريق تكون ضعيفة أي أقل من القوة الجاذبة المركزية اللازمة لاستقرار السيارة علي المنعطف فيؤدي ذلك إلي استمرار الحركة باتجاه المماس فيحدث الانزلاق .

مثال 3- احسب الزاوية التي يجب إمالة منعطف نصف قطره (50)m ليسمح للسيارة بالانعطاف عليه بسرعة (50) km / hr بدون الحاجة إلي قوة الاحتكاك بين العجلات والطريق .

مسائل متنوعة

مسألة 1- سيارة كتلتها (2 tons) تتحرك بسرعة منتظمة علي طريق دائرية نصف قطرها (40 m) أكملت (5) دورات في الدقيقة .

أ- أحسب السرعة الزاوية .

ب- أحسب السرعة الخطية .

ج - أحسب العجلة المركزية .

د - أحسب القوة المركزية .

مسألة 2- طائرة تطير بسرعة (40 m/s) في مسار دائري نصف قطرها (240 m) و القوة الجاذبة المركزية التي تحافظ علي بقائها تساوي (96000 N) .

أ- أحسب كتلة الطائرة .

ب- أحسب العجلة المركزية .

ج - أحسب السرعة الزاوية .

مسألة 3- سيارة كتلتها (2000 kg) تنعطف علي مسار دائري نصف قطره (100 m) علي طريق أفقية بسرعة (20 m/s) .

أ- أحسب القوة الجاذبة المركزية .

ب- أحسب قوة رد الفعل .

ج - هل يحدث انزلاق للسيارة أم لا إذا كان معامل الاحتكاك ($\mu = 0.5$) .

أ / أحمد سمير

د- هل يحدث انزلاق للسيارة أم لا إذا كان معامل الاحتكاك ($\mu = 0.25$) .

مسألة 4- سيارة كتلتها 1000 kg تتحرك علي مسار دائري نصف قطره يساوي 32.5 m . اذا كان مقدار القوة الجاذبة المركزية علي السيارة 2500 N احسب السرعة المماسية للسيارة .

مسألة 5- يجلس ولد كتلته 25 kg علي بعد 1.1 m من محور دوران الأرجوحة الدوارة التي تتحرك بسرعة 1.25 m / s احسب :

أ- العجلة المركزية للولد

ب- محصلة القوي الأفقية التي تؤثر علي الولد .

مسألة 6- ما هي السرعة القصوى التي يمكن أن يقود بها السائق سيارته التي كتلتها 1500 kg بحيث يستطيع أن ينعطف علي مسار دائري نصف قطره 70 m علي طريق أفقية علما بأن معامل الاحتكاك ألسكوني بين العجلات والطريق يساوي 0.8

مسألة 7- احسب مقدار القوة الجاذبة المركزية التي تحتاجها طائرة كتلتها 4000 kg أثناء تحليقها بسرعة 50 m/s علي مسار دائري قطره 360 m لتحافظ علي حركتها الدائرية علي هذا المسار .

مسألة 8- احسب السرعة القصوى التي يمكن لسائق سيارة كتلتها 1500 kg أن ينعطف بها علي منحنى مائل بزاوية 25° ونصف قطره 50 m بدون الحاجة إلي قوة الاحتكاك بين العجلات والطريق .

أ / أحمد سمير

مسألة 9- سيارة كتلتها (1350) kg تنعطف بسرعة (50) km/h علي مسار دائري أفقي قطره (400) m . احسب :
أ- العجلة المركزية للسيارة

ب- القوة الجاذبة المركزية

ج- ما هو مقدار أصغر معامل احتكاك بين العجلات والطريق والذي يسمح للسيارة بالالتفاف بدون انزلاق .

مسألة 10 - تدور كرة حديدية كتلتها (1) kg مربوطة بحبل طوله (2) m في دائرة أفقية بسرعة تساوي (2) m/s .
احسب :

أ- قوة الشد التي تحدثها الكرة علي الحبل .

ب- إذا علمت أن الحبل قد ينقطع إذا كانت قوة الشد عليه تساوي (1.8) N كم يساوي طول الحبل الأقصر الذي يمكن استخدامه .

مسألة 11- قطار سريع كتلته (200) tons يدور علي منحنى نصف قطره (2) m بسرعة (90) km/h احسب مقدار القوة الأفقية لقضبان السكة الحديدية علي عجلة القطار .

الفصل الثالث : مركز الثقل الدرس (1-3) مركز الثقل

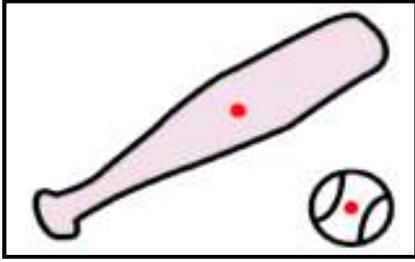
ثقل الجسم : القوة التي يخضع لها الجسم بسبب جذب الأرض له .

ملاحظة : كل جزء من أجزاء هذا الجسم يخضع لقوة جذب الأرض ومحصلة هذه القوى كلها هي قوة تتجه إلى الأسفل وتساوي مقدارها مجموع مقادير هذه القوى . أما نقطة تأثيرها فهي نقطة نسميها مركز ثقل الجسم .

تعريف مركز ثقل الجسم :

هو نقطة تأثير ثقل الجسم . أو النقطة التي تقع عند الموضع المتوسط لثقل الجسم الصلب المتجانس .

س: ماذا يحدث عند تطبيق قوة على الجسم في مركز ثقله بحيث تكون معاكسة لقوة ثقله في الاتجاه ومساوية لها في المقدار ؟
سيوازن الجسم مهما كان وضعه ؛ لأن مجموع القوى التي يخضع لها أصبح معدوما . لذلك يعتبر مركز الجسم نقطة توازن له .



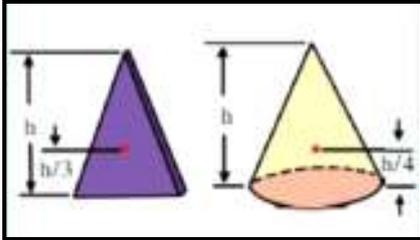
تمديد موضع مركز الثقل :

أ- الأجسام متماثلة التكوين ومنتظمة الشكل :

يقع مركز الثقل عند المركز الهندسي لها . مثل كرة القاعدة كما بالشكل المقابل .

ب- الأجسام غير منتظمة الشكل :

يكون ثقل احد طرفيها أكبر من ثقل الطرف الآخر لذلك يكون مركز الثقل ناحية الطرف الأثقل . مثل مضرب كره القاعدة كما بالشكل المقابل .



ملاحظة :

- 1- يقع مركز قطعة رخام مثلثة الشكل على الخط المار بمركز المثلث و رأسه و على بعد من القاعدة يساوي ثلث الارتفاع h .
- 2- يقع مركز ثقل مخروط مصمت على الخط نفسه لكن على بعد ربع الارتفاع h من قاعدته . كما بالشكل المقابل .

ج- الأجسام التي تتكون من أكثر من مادة (مواد مختلفة الكثافة) :

يكون مركز ثقلها بعيدا عن مركزها الهندسي .

فإذا تصورنا كرة مجوفة ملئت حتى منتصفها بمعدن الرصاص فلن ينطبق مركز ثقلها على مركزها الهندسي لكنه يكون

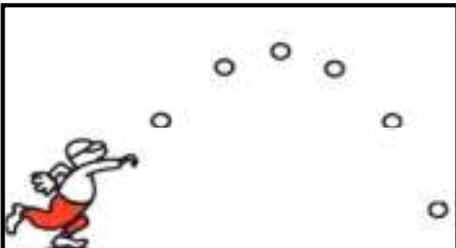
إلى ناحية النصف الممتلئ بالرصاص . لذلك عندما تهتز هذه الكرة فإنها تتوقف عن الاهتزاز حيث يقع مركز ثقلها عند أسفل

مستوى ممكن . وإذا جعلنا هذه الكرة لعبة على شكل مهرج كما بالشكل المقابل . للاحظنا أنها تعود إلى الوضع العمودي مهما أزيح عن هذا الوضع .



مسار مركز ثقل الجسم

- 1- الأجسام منتظمة الشكل . مثل كرة القاعدة عند قذفها في الهواء نجد أنها تتبع مسارا منتظما على شكل قطع مكافئ قبل أن تصل إلى الأرض . كما بالشكل المقابل .



2- الأجسام غير منتظمة الشكل :

أ- عندما ينزلق جسم على سطح أفقي أملس : تعتبر حركته محصلة حركتين هما 1- حركة في خط مستقيم لمركز ثقله بسرعة منتظمة أي يقطع مسافات متساوية في فترات زمنية متساوية بسبب انعدام القوة المحصلة في اتجاه الحركة. مثل انزلاق مفتاح انجليزي كما بالشكل المقابل .



- وتعتبر حركة المفتاح محصلة حركتين هما : حركة في خط مستقيم لمركز الثقل وأخرى دورانية حول مركز ثقله

ب- عندما يقذف في الهواء : فإن مركز الثقل يتبع مساراً منتظماً على شكل قطع مكافئ .



- وينطبق ذلك على المقذوفات مثل الألعاب النارية الصاروخية . حيث أن القوى الداخلية أثناء الانفجار لا تغير موضع مركز ثقل القذيفة . وإذا أهملنا مقاومة الهواء ؛ نلاحظ أن الشظايا المتناثرة في الهواء تحتفظ بمركز الثقل نفسه كما لو كان الانفجار لم يحدث بعد .

ملاحظة :

- * عند إلقاء مضرب كرة القاعدة يتأرجح حول نقطة ترسم قطع مكافئ (وهي مركز الثقل) . و حركة مضرب الكرة هي محصلة حركتين هما : 1- حركة دورانية حول مركز الثقل . 2- حركة انتقالية لمركز الثقل على شكل قطع مكافئ .

حلل لما يلي :

- 1- يعتبر مركز ثقل الجسم نقطة توازن له . لأن مجموع القوى التي يخضع لها أصبح معدوم .
 - 2- مركز ثقل جسم ينزلق أثناء دورانه حول نفسه على سطح أفقي أملس يتحرك في خط مستقيم و يقطع مسافات متساوية في فترات زمنية متساوية . بسبب انعدام القوة المحصلة في اتجاه حركة الجسم .
 - 3- لا يقع مركز ثقل مضرب كرة القاعدة على نقطة الوسط للمضرب لأن شكله الهندسي يظهر أن كتلته تتركز قرب أحد طرفيه وبالتالي يكون مركز الثقل قريباً من الطرف الأثقل .
- س- صف حركة مركز ثقل مقذوف قبل انفجاره في الهواء وبعده .
يتبع مسار قطع مكافئ قبل الانفجار وبعده .

الدرس (2-3) مركز الكتلة

تعريفه مركز الكتلة (مركز العطالة) :

الموضع المتوسط لكل جميع الجزئيات التي يتكون منها هذا الجسم .

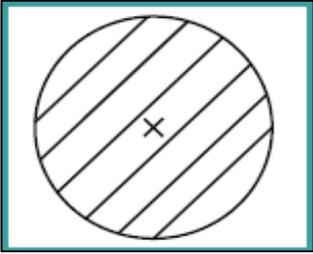
الفرق بين مركز الكتلة ومركز الثقل

- 1- يتطابق مركز الثقل و مركز الكتلة عندما تكون الأجسام على سطح الأرض أو قريبة منه .
- 2- لا يتطابق مركز الثقل و مركز الكتلة عندما تكون الأجسام كبيره جدا بحيث تختلف قوة الجاذبية الأرضية المؤثرة على جزء من الجسم عن تلك المؤثرة على جزء آخر .

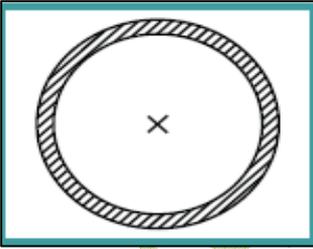
مثل : مركز الثقل لمركز التجارة العالمي الذي سينتهي بناؤه في العام 2013 يقع عند 1mm أسفل مركز كتلته . ويرجع السبب إلي أن قوى الجاذبية على الجزء السفلي القريب من سطح الأرض أكبر من القوى المؤثرة على الجزء العلوي منه

موضع مركز الكتلة

- 1- لجسم كتلته موزعه بشكل متجانس ؛ ولا تتغير كثافته من نقطة إلي أخرى ينطبق علي مركزه الهندسي ويمكن أن يكون : أ- نقطة مادية على الجسم نفسه (إذا كان الجسم ممتلي) : مثل القرص حيث ينطبق مركز الكتلة مع المركز الهندسي . كما بالشكل المقابل .



- ب- نقطة خارج الجسم (إذا كان الجسم مفرغا) : مثل حلقة دائرية حيث يقع في مركز الدائرة كما بالشكل المقابل – إطار المستطيل يكون مركز الكتلة نقطة تقاطع الوترين وهي خارج كتلة الإطار .



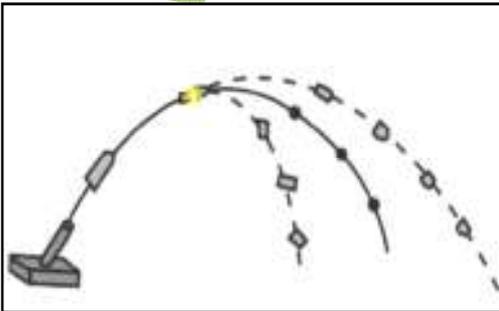
2- الأجسام الغير متجانسة

- يكون مركز الكتلة أقرب إلي المنطقة التي تحتوى علي كتلة أكبر .
مثل : مركز كتلة المطرقة الحديدية يكون أقرب إلي رأسها الحديدي .

مسار مركز الكتلة : يمكن أن نطبق ما دارسناه سابقا عن حركة مركز الثقل علي مركز الكتلة .

ملاحظة : بالنسبة إلي القذيفة التي تنفجر في الهواء كالألعاب النارية

- 1- قبل الانفجار يتحرك مركز علي مسار القطع المكافئ .
- 2- وبعد الانفجار تتحرك الشظايا المتناثرة مبتعدة عن مركز كتلتها في كل الاتجاهات ؛ راسمة قطوعا مكافئة مختلفة . في حين يتابع مركز كتلتها حركته علي مساره القديم نفسه كما بالشكل المقابل .



مركز الكتلة وتأرجح النجوم

- 1- لا تدور كواكب المجموعة الشمسية حول مركز الشمس بل حول مركز كتلة المجموعة الشمسية ولكن هذين المركزين منطبقان تقريبا طالما أن الكواكب مبعثرة حول الشمس في جميع الجهات .
- 2- إذا اصطفت جميع الكواكب على خط مستقيم في جانب واحد بالنسبة إلى الشمس فعندها سيبعد مركز كتلة المجموعة الشمسية مسافة 800 ألف كيلو متر عن سطح الشمس أي 1.5 مليون كيلو متر عن مركزها . كما بالشكل المقابل .
- 3- تدور الشمس أيضا حول مركز كتلة المجموعة الشمسية وحيث أن هذه النقطة قريبة جدا من مركزها فإن حركة الدوران هذه تبدو للمراقب البعيد على شكل تأرجح بسيط للشمس بين نقطتين
- 4- التأرجح البسيط للنجوم معروف لدي علماء الفلك وهو يشكل دليلا على وجود كواكب تدور حول النجم المتأرجح .



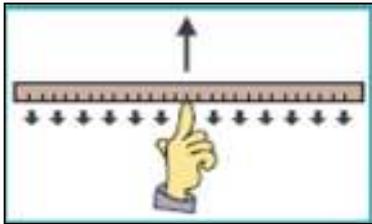
حلل لما يلي :

- 1- مركز الثقل لمركز التجارة العالمي الذي سينتهي بناؤه في العام 2013 والذي سيبلغ ارتفاعه m (541) يقع عند (1mm) أسفل مركز كتلته .
- 2- لأن قوي الجاذبية على الجزء السفلي القريب من سطح الأرض أكبر من القوي المؤثرة على الجزء العلوي منه .
- 3- لأن ينطبق مركز الثقل مع مركز الكتلة في بعض الحالات .
- 4- لأن هناك اختلاف في قوي الجاذبية بين أجزاء الجسم المختلفة كما هو في الأبنية شاهقة الارتفاع .
- 5- حركة دوران الشمس تبدو للمراقب البعيد على شكل تأرجح بسيط بين نقطتين .
- 6- لأن مركز كتلة المجموعة الشمسية قريب جدا من مركز الشمس .

الدرس (3-3) تحديد موقع مركز الكتلة أو مركز الثقل

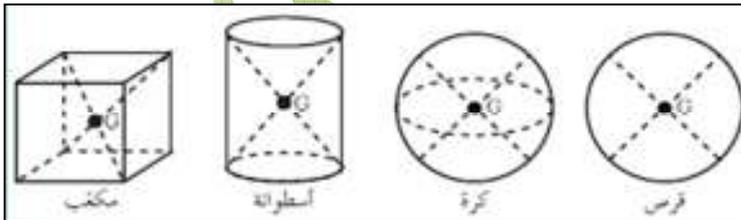
مركز الثقل وتوازن الجسم

- مركز الثقل لجسم ما :** هو نقطة ارتكاز محصلة قوي الجاذبية المؤثرة على الجسم . حيث يتوازن الجسم إذا ارتكز على هذه النقطة . بشرط أن تكون تلك النقطة نقطة مادية على الجسم نفسه .
- مثلا : يقع مركز ثقل المسطرة في الشكل المقابل في منتصفها تماما أي عند مركزها الهندسي .
- حيث تمثل الأسهم الصغيرة قوة جذب الأرض على أجزاء المسطرة ويمكن جمع هذه القوي كلها في قوة واحدة تكون محصلة وتؤثر في مركز الثقل وبالتالي يمكننا موازنة المسطرة بالتأثير على مركز الثقل بقوة واحدة لأعلى .



مركز ثقل الأجسام منتظمة الشكل

- ينطبق مع المركز الهندسي للجسم :** مثل المسطرة - الكرة - المكعب - الأسطوانة - متوازي المستطيلات - القرص وغيرها
- ويمكن أن يكون :** أ- نقطة مادية من الجسم إذا كان الجسم ممثلا .

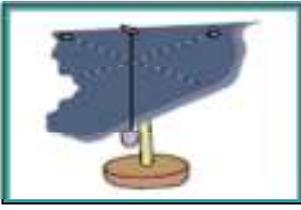


ب- نقطة خارجة إذا كان الجسم مفرغا .

مركز ثقل الأجسام غير منتظمة الشكل

كيفية تحديد موقع مركز الثقل :

- 1- علق الجسم من أي نقطة موجودة عليه ودعه يستقر بعد أن كان يتأرجح . يقع مركز الثقل على خط عمودي أسفل نقطة التعليق (أو ينطبق على نقطة التعليق) . ارسم هذا الخط العمودي . يمكنك استخدام خيط الفادن (خيط ذي ثقل) لرسم الخط .



- 2- علق الجسم من نقطة أخرى وارسم الخط العمودي الذي يحمل مركز الثقل بعد أن يستقر الجسم من جديد .
- 3- نقطة التقاطع بين الخطين تمثل مركز ثقل الجسم . كما بالشكل المقابل .

ملاحظات :

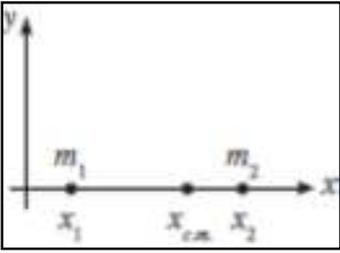
- 1- في حالة الأجسام منتظمة الشكل أن مركز الثقل قد يكون نقطة خارج الجسم .
- 2- وذلك ينطبق أيضا علي الأجسام غير منتظمة الشكل حيث يمكن أن يكون مركز الثقل خارجها . لاحظ موقع مركز الثقل في الأشكال التالية .



فمركز ثقل الفنجان ومركز ثقل الوعاء يقعان في التجويف داخلهما ؛ ومركز ثقل الكرسي يقع أسفلها . أي أن مركز الثقل في جميع هذه الأمثلة ليس نقطة موجودة علي الجسم .

حساب موقع مركز كتلة جسمين نقطيين (إذا كانت في بعد واحد)

يمكن حساب مركز كتلة جسمين نقطيين (منفصلين البعد بينهما أكبر من أبعادهما) كتلتاهما علي الترتيب m_1 , m_2 يقعان علي محور السينات عند الموضعين (x_1, x_2) باستخدام العلاقة :



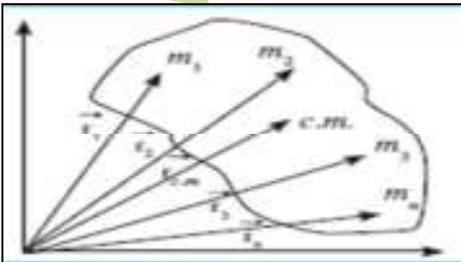
$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

مثال 1- كتلتان نقطيتان علي محور السينات قيمتهما $(m_1 = 2 \text{ kg})$ و $(m_2 = 8 \text{ kg})$ و تبعدان عن بعضهما مسافة (6 cm) .
(أ) أحسب موقع مركز كتلة الجسمين ؟

(ب) قيم . هل النتيجة مقبولة ؟

حساب موقع مركز كتلة عدة كتل موجودة في مستوي واحد (في بعدين)

وذلك بتعميم العلاقة السابقة لعدة كتل مادية (m_1, m_2, m_3, \dots) يحدد موقعها بمتجهات المواقع $(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots)$ باستخدام العلاقة :



$$\vec{R}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

وبأخذ مركبات العلاقة علي المحاور (ox) و (oy) نجد مركبات مركز الكتلة :

$$y_{c.m.} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i y_i \quad x_{c.m.} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i x_i \quad \text{حيث أن } M \text{ مجموع الكتل}$$

$$y_{c.m.} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

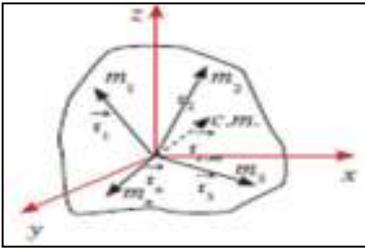
$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

أي

ملاحظة: موقع مركز الكتل لا يعتمد علي طريقة اختيارنا لمحاور الإحداثيات بل علي توزيع الجسيمات المؤلفة للنظام . حيث سيبقي موقع مركز الكتلة نفسه حتى لو غيرنا طريقة اختيار المحاور .

مركز كتلة عدة كتل نقطية موجودة في الفراغ

وذلك بتعميم العلاقة السابقة لعدة كتل مادية (m_1, m_2, m_3, \dots) يحدد موقعها في الفراغ بمتجهات المواقع ($\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots$) كما بالشكل المقابل باستخدام العلاقة :



$$\vec{R}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

وبأخذ مركبات العلاقة علي المحاور (oz) و (oy) و (ox) نجد مركبات مركز الكتلة :

$$x_{c.m.} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i x_i$$

$$y_{c.m.} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i y_i$$

$$z_{c.m.} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i z_i$$

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

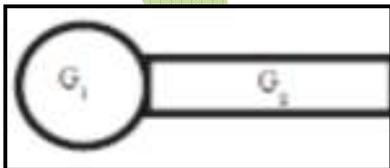
$$y_{c.m.} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

$$z_{c.m.} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

مركز كتلة عدة اجسام متصلة

لنأخذ جسامين متصلين مثل الكرة والعصا منتظمة الشكل كما بالشكل المقابل .

- **لتحديد موضع مركز الكتلة للجسمين :** نحدد مركز الكتلة لكل جسم ثم نحسب مركز الكتلة بالعلاقات السابقة بين كتلتين نقطيتين . ويعمم ذلك علي أكثر من جسم يتصل كل منهم بالآخر .



حلل لما يلي :

1- يمكن وجود أكثر من مركز ثقل لجسم واحد.

لأن الجسم الجاسئ له مركز كتلة واحد ، أما الأجسام المجوفة فيمكن أن يكون لها أكثر من مركز ثقل واحد ، حيث يكون موضع مركز الثقل مجموعة نقاط تشكل محور التناظر .

2- يمكن موازنة المسطرة بالتأثير علي مركز الثقل بقوة واحدة لأعلي .

لأن ثقل المسطرة مرتكز في نقطة مركز الثقل .

3- الشكل المقابل يمثل كتلتين نقطيتين تقعان علي محور السينات فإذا

حلت كل منهما محل الأخرى فإن مركز الكتلة للمجموعة يتغير موضعه .

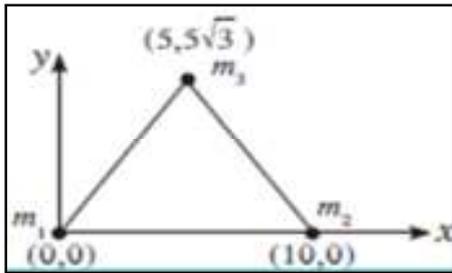


لأن مركز الكتلة لا يتوقف علي طريقة اختيارنا للمحاور والإحداثيات ولكن علي توزيع الجسيمات المؤلفة للنظام .

مسائل متنوعة

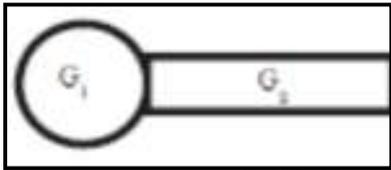
1- ثلاث كتل $(m_1 = 1 \text{ kg})$ - $(m_2 = 2 \text{ kg})$ - $(m_3 = 3 \text{ kg})$ موضوعة علي رأس مثلث متساو الأضلاع طول ضلعه (10 cm)

(أ) أوجد موضع مركز الكتلة ؟



(ب) قيم . هل النتيجة مقبولة ؟

2- نظام مؤلف من كرة وعصا كما بالشكل المقابل حيث كتلة الكرة تساوي $(m_1 = 2 \text{ kg})$ و نصف قطرها يساوي (20 cm) . و كتلة العصا $(m_2 = 1 \text{ kg})$ و طولها (60 cm) .



(أ) أوجد موضع مركز الكتلة للنظام ؟

3- وضعت كتلتان متساويتان علي طرفي قضيب طوله (50 cm) منتظم الشكل ومهمل الكتلة . أوجد موقع مركز كتلة النظام .

4- وضع جسمان نقطيان كتلتهما $m_1 = (100) \text{ g}$ و $m_2 = (300) \text{ g}$ علي التوالي علي نقطتين A و B حيث $AB = (40) \text{ cm}$ حدد موضع مركز كتلة هذا النظام بالنسبة إلي النقطة A .

5- قضيبان متشابهان ومتعامدان طول كل منهما L موصولان عند طرفيهما علي النقطة O التي تشكل مركز الإحداثيات أوجد مركز الكتلة للنظام المؤلف من القضيبين بالنسبة إلي مركز الإحداثيات O .

6- أوجد مركز كتلة الكتل الموزعة علي الشكل التالي :

عند $(1,1,0)$ $m_1 = (1) \text{ kg}$

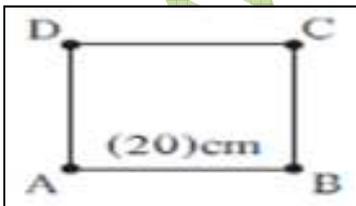
عند $(0,0,1)$ $m_2 = (0.5) \text{ kg}$

عند $(-1,2,2)$ $m_3 = (2) \text{ kg}$

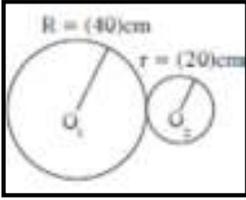
7- جسم صلب مكون من ثلاثة قضبان متساوية ومستقيمة ومتجانسة وملتصقة بعضها ببعض كما بالشكل المقابل. حدد بالنسبة إلي مركز الإحداثيات O موضع مركز الكتلة علما بأن طول كل قضيب يساوي $(10) \text{ cm}$.



8- نظام مؤلف من أربع كتل هي $(m_A = 1 \text{ kg})$ - $(m_B = 2 \text{ kg})$ - $(m_C = 3 \text{ kg})$ - $(m_D = 4 \text{ kg})$ موزعة علي أطراف مربع طول ضلعه (20 cm) و مهمل الكتلة .
(أ) أحسب موضع مركز الكتلة ؟

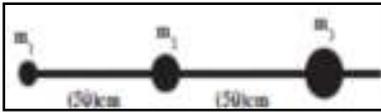


9- قرص من الحديد كتلته (500 g) و نصف قطره (40 cm) تم وصله بقرص من النحاس كتلته (200 g) و نصف قطره (20 cm) . أحسب موضع مركز كتلة القرصين ؟

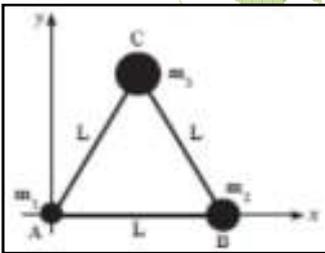


10 - كتلتان نقطيتان $m_1 = (200) \text{ g}$ و $m_2 = (400) \text{ g}$ موضوعتان علي محور السينات وتبعدان الواحدة عن الاخرى (50) cm احسب أين يقع مركز كتلة الجسمين ؟

11- ثلاث كتل نقطية $m_1 = (10) \text{ g}$ و $m_2 = (20) \text{ g}$ و $m_3 = (30) \text{ g}$ احسب أين يقع مركز الكتلة :
أ- إذا وضعت علي خط مستقيم وتبعد الواحدة عن الأخرى (50) cm كما بالشكل المقابل .



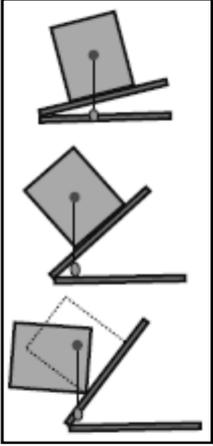
ب- إذا وضعت علي رؤوس مثلث متساو الأضلاع طول ضلعه L بحيث نضع m_1 علي الرأس A و m_2 علي الرأس B و m_3 علي الرأس C علما بأن A هي نقطة ارتكاز المحورين المتعامدين Ax و Ay كما بالشكل المقابل .



الدرس (3-4) انقلاب الأجسام

الانقلاب

هو تغير وضع الجسم عند إمالاته عن وضعه الأصلي الثابت نتيجة خروج مركز ثقله عن مساحة القاعدة الحاملة له .



القاعدة الأساسية لانقلاب الأجسام

• **عندما يكون مركز ثقل الجسم :**

أ- **فوق** مساحة القاعدة الحاملة للجسم **يبقى الجسم ثابتا ولا ينقلب .**

ب- **خارج** مساحة القاعدة الحاملة للجسم **سينقلب الجسم .** كما بالشكل المقابل

ملاحظة : يستخدم مفهوم انقلاب الأجسام في تحديد مقدار تحديد مقدار إمكانية ميل الأجسام عن موضع استقرارها دون أن تنقلب .

علل لكل مما يلي تعليلاً علمياً سليماً :

1- **باص لندن الشهير الذي يتكون من طابقين يصمم ليميل بزاوية (28°) بدون أن ينقلب**

لأن معظم ثقل الحافلة يرتكز في الطابق السفلي ، وأن ثقل ركاب الطابق العلوي لا يرفع موضع مركز الثقل إلا مسافة صغيرة وبالتالي يبقى مركز الثقل فوق مساحة القاعدة الحاملة له .

2- **برج بيزا المائل لا ينقلب .**

لأن مركز ثقله يقع فوق مساحة القاعدة الحاملة له ، فالخط العمودي من مركز الثقل يقع داخل القاعدة .

3- **مد ذراعك أفقياً عندما تحمل شيئاً ثقيلًا باليد الأخرى .**

لكي يبقى مركز ثقل جسمك وما تحمله باليد الأخرى داخل منطقة ارتكازك علي الأرض فلا تتعرض للانقلاب .

ملاحظة : ليس ضرورياً أن تكون القاعدة الحاملة للجسم واحدة . فالأرجل الأربعة للكرسي كما

بالشكل المقابل تحصر مساحة علي شكل مستطيل تمثل القاعدة الحاملة للكرسي . كما بالشكل المقابل .

س : ما هي الاحتياطات التي يمكن اتخاذها لتفادي سقوط برج بيزا إذا زاد ميله

مستقبلاً لحد الخطر ؟

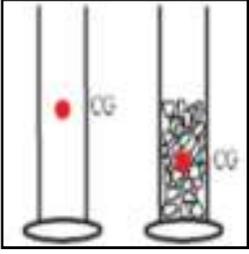
وعلمياً يمكن استخدام إسناد لدعم البرج ومنعه من السقوط إذا زاد ميله إلي حد الخطر وسيشكل هذا الإسناد قاعدة حاملة جديدة للبرج تبقي مركز الثقل داخل حدود هذه القاعدة الحاملة الجديدة وتمنع سقوطه .

قرب مركز الثقل من المساحة الحاملة

قرب مركز الثقل من المساحة الحاملة يزيد من ثبات الجسم ويمنع انقلابه . فكلما كان مركز الثقل أقرب إلي المساحة للجسم كان الجسم أكثر ثباتاً .

س : لأي مدى يمكن إمالة جسم قبل أن ينقلب ؟

للمدى الذي يبقى عنده الخط الرأسي المار بمركز ثقل الجسم داخل منطقة الارتكاز .



أمثلة وتطبيقات

1- في الشكل المقابل. المخبار الذي يحتوي علي حصى بداخله أكثر ثباتا من المخبار الفارغ مع أن لهما نفس المساحة الحاملة . لأن مركز ثقل المخبار الذي يحتوي علي حصى أصبح أقرب إلي القاعدة الحاملة له من المخبار الفارغ (حيث أن مركز الثقل يكون أقرب إلي الكتلة الأكبر) .

2- تصمم سيارات السباق السريعة بحيث يكون ارتفاعها عن الأرض صغير . علل .

حتى يصبح مركز ثقلها قريبا جدا من المساحة الحاملة فيزداد ثباتها ولا تنقلب بسهولة علي الرغم من السرعات الكبيرة التي تتحرك بها .

نتائج مهمة

- 1- يحافظ الجسم علي اتزانه عندما يكون خط عمل مركز ثقله (الخط المار بمركز الثقل) داخل حدود المساحة الحاملة للجسم .
- 2- اقتراب مركز الثقل من المساحة الحاملة للجسم يزيد من ثبات الجسم عند إمالته ويمنعه من الانقلاب .



س: فسر لماذا يبعد المصارع قدميه الواحدة عن الأخرى ويثنى ركبتيه أثناء اللعب ليقاوم الانقلاب ؟

إبعاد القدمين يوسع منطقة الارتكاز في حين يخفض ثني الركبتين مركز ثقل الجسم .

س2- ما التغيير الذي يمكن أن يحدث للقاعدة الحاملة للكرسي في الشكل المقابل عند إزالة احدى رجليه

الاماميتين ؟ هل ينقلب الكرسي ؟

تصبح قاعدته الحاملة مثلثة الشكل ولها نصف مساحة المستطيل ويبقي متزنا إلي أن يجلس عليه شخص ما .

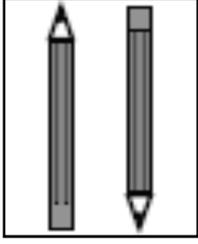
ما هي العوامل المؤثرة في ثبات الأجسام وانقلابها

1- مقدار المساحة الحاملة للجسم .

2- ارتفاع مركز الثقل (مركز الكتلة) عن المساحة الحاملة .

الدروس (3- 5) الاتزان (الثبات)

في الشكل المقابل :



- القلم الرصاص لا يستطيع أن يتزن فوق رأسه المدببة في حين يكون اتزانه فوق قاعدته المستوية أسهل لأن مساحة القاعدة الحاملة للقلم أوسع .
- اتزان القلم الرصاص القصير حيث يكون مركز الثقل أقرب إلي القاعدة الحاملة يكون أسهل من اتزان القلم الرصاص الطويل .

أنواع الاتزان

1- الاتزان السكوني (الاستاتيكي)	2- الاتزان الديناميكي
<p>يكون الجسم الصلب متزنا اتزاناً سكونياً إذا كان ساكناً أي أنه لا يتحرك من موضعه أو يدور حول أي محور . كتاب موضوع علي سطح أفقي</p>	<p>إذا تحرك الجسم بسرعة منتظمة علي خط مستقيم حيث تساوي محصلة القوي المؤثرة عليه صفراً . أو إذا كان الجسم يدور بسرعة دوراً نية ثابتة .</p>

حالات الاتزان السكوني

الاتزان الغير مستقر	الاتزان المستقر	الاتزان المعادل (المتعادل)
<p>عندما تسبب أي إزاحة انخفاضاً في مركز ثقل الجسم . وعندما يبتعد هذا الجسم نهائياً عن حالة اتزانه إذا دفع عنها .</p>	<p>عندما تسبب أي إزاحة ارتفاعاً في مركز الثقل وعندما يعود إلي حالة اتزانه الأولي إذا دفع عنها .</p>	<p>عندما لا تسبب أي إزاحة ارتفاعاً أو انخفاضاً في مركز ثقله وعندما ينتقل من حالة اتزان إلي حالة اتزان جديدة إذا دفع عنها .</p>

ملاحظة :

وإذا قارنا بين المخروط والقلم الرصاص نستنتج أن القلم يكون في حالة توازن غير مستقر عند ارتكازه على رأسه . أما عند ارتكازه على قاعدته المستوية كما بالشكل المقابل فيكون في حالة توازن مستقر لأن انقلابه يتطلب ارتفاعا صغيرا في مستوى مركز ثقله .

العلاقة بين استقرار الأجسام ومركز الثقل

الانقلاب هو حالة معاكسة للثبات . لذلك فإن الجسم الذي له مركز ثقل منخفض يكون أكثر استقرارا من ذلك الذي له مركز ثقل أعلي .

أمثلة وتطبيقات

1- فالكتابان في الشكل المقابل في حالة اتزان مستقر . لكن الكتاب المسطح يكون أكثر استقرارا من الأخر فهو يحتاج إلى بذل شغل لرفع مركز ثقله إلى زاوية الانقلاب أكثر من الكتاب المرتكز على جانبه والذي له مركز ثقل أكثر ارتفاعا من الكتاب الموضوع بشكل مسطح .

2- اتزان القلم الرصاص في الشكل المقابل هو اتزان غير مستقر لأن مركز ثقله ينخفض عند إمالاته .

لكن عند تثبيت ثمرتي البطاطا عند طرفي القلم يصبح اتزانه مستقرا لأن مركز ثقل المجموعة (القلم وثمرتي البطاطا) أصبح أسفل نقطة الارتكاز ويرتفع إلى أعلى عند إمالة القلم .

3- تعتمد بعض ألعاب الاتزان الشهيرة للأطفال على هذا المبدأ . والسبب توزيع الثقل بحيث يقع مركز ثقل اللعبة أسفل نقطة الارتكاز تماما كما بالشكل المقابل .

4- ينخفض مركز ثقل المبنى إذا وجد جزء كبير منة في باطن الأرض ويعتبر ذلك مهما للمنشآت المرتفعة والضيقة . وبالتالي يستحيل انقلابها لأن مركز ثقله سوف يقع أسفل سطح الأرض .

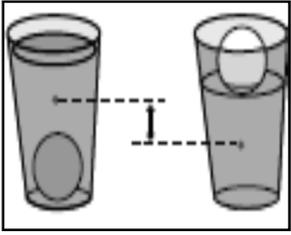
5- ميل مركز الثقل لاتخاذ أكثر المواضع انخفاضا من خلال وضع كرة التنس الطاولة في قاع صندوق يحتوي على حبوب جافة أو حصى صغيرة كما بالشكل المقابل .

عند رج الصندوق ومحتوياته لاحظ أن الحصى تدفع الكرة لأعلي وتهبط هي لأسفل . وبهذه الطريقة يحتفظ الصندوق بمركز ثقله عند أدنى مستوي ممكن .

6- أ- عندما يرتفع جسم ويستقر طافيا على سطح الماء كقطعه من الثلج مثلا فينخفض لأسفل مركز ثقل المجموعة . لأن ارتفاع الثلج يحتم انخفاض حجم مساو من الماء ذات الكثافة الأكبر .

ب- وإذا كانت كثافة الجسم المتحرك أكبر من كثافة الماء يتحرك الجسم لأسفل ويغوص ويتبع ذلك أيضا انخفاض ثقل المجموعة .

ج- أما إذا كانت كثافة الجسم المتحرك مساوية لكثافة الماء فإن مركز ثقل المجموعة لا يتحرك لأسفل ولا لأعلي مهما كان اتجاه حركة الجسم أي أن مركز ثقل المجموعة لا يعتمد على موضع الجسم طالما أنه موجود بكاملة أسفل سطح الماء . لذلك إن وزن أي من الأسماك يجب إن يساوي وزن الماء الذي له الحجم نفسه (أي لها كثافة الماء نفسها) وإلا لما استطاعت التواجد على أعماق مختلفة أثناء سباحتها ولدفعت مياه الأنهار والبحار الأسماك إلى السطح كقطع الثلج أو إلى القاع كقطع الحجارة .



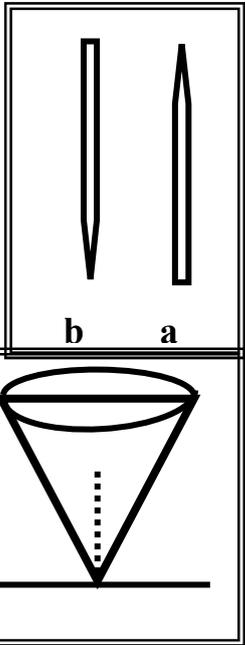
في الشكل المقابل

- يكون مركز ثقل كوب الماء مرتفعاً عندما توجد كرة تنس الطاوله في القاع (يسار) لأنها تزيح حجماً مساوياً لحجمها من الماء الأكبر كثافة إلى أعلى . وبالتالي يكون مركز الثقل أقرب إلى الجزء الأكبر كتلة .
- وينخفض عندما تطفو الكرة (يمين) لأنها تزيح حجماً مساوياً لحجمها من الماء الأكبر كثافة إلى أسفل . وبالتالي يكون مركز الثقل أقرب إلى الجزء الأكبر كتلة .

7- يمكن فصل الأجسام المتماثلة مختلفة الحجم عن طريق جمعها في صندوق وهزها فتدفع الأجسام الصغيرة للأسفل وتتجمع الكبيرة في الأعلى . ويستخدم تجار الزيتون أو التوت المبدأ نفسه في فصل الثمار الكبيرة . فيضعون الثمار التي تم جمعها من الأشجار في صناديق ثم يهزون الصناديق يمينا ويسارا فترتفع الثمار الأكبر لأعلى ويصبح فصلها أسهل .

ملاحظة هامة : العوامل التي يتوقف عليها استقرار الجسم :

تغير مستوي مركز الثقل .



علل لكل مما يلي تعليلاً علمياً سليماً :

1- لا يستطيع القلم الرصاص (b) أن يتزن في حين يكون أوزان القلم (a) أسهل .
لأن مساحة القاعدة الحملة لقلم الرصاص (a) أوسع من المساحة الحاملة للقلم (b) .

2- عدم اتزان مخروط مصمت موضوع علي رأسه كما في الشكل المقابل .

لأن مركز الثقل قد انزاح إلي أسفل عندما تحرك المخروط

3- اتزان قلم رصاص قصير أسهل من اتزان قلم رصاص طويل .

لأن مركز ثقل القلم الرصاص القصير يكون أقرب إلي القاعدة الحاملة .

4- لا يمكن لأن يسقط جبل جليدي عائم سقوطاً كاملاً .

لأن مركز ثقله يقع أسفل سطح الأرض .

5- يعتبر استقرار بعض أنواع من ألعاب الأطفال اتزاناً مستقراً .

لأن مركز ثقل هذه الألعاب يرتفع لأعلى عند إمالة اللعبة .

6- يكون ارتكاز قلم رصاص علي قاعدته المستوية في حالة توازن مستقر

لأن انقلابه يتطلب ارتفاعاً صغيراً في مستوي مركز ثقله .

7- عندما تطفو قطعة ثلج في كأس به ماء . فإن مركز ثقل المجموعة ينخفض لأسفل .

لأن ارتفاع الثلج يحتم انخفاض حجم مساو من الماء ذات الكثافة الأكبر .

8- وزن أي من الأسماك يجب أن يساوي وزن الماء الذي له الحجم نفسه أي لها كثافة الماء نفسها .

لأن مركز ثقل المجموعة لا يعتمد علي موضع الجسم طالما أنه موجود بكامله أسفل سطح الماء .

9- عند مد جسمك تماماً بينما تكون معلقاً بيديك في سلك هوائي أسهل من مده مترناً بينما تقف علي يديك .

لأن مركز الثقل يقع داخل حدود من منطقة الارتكاز عند التعلق بالسلك .