وزارة التربية

منطقة العاصمة التعليمية

مدرسة قرطبة الثانوية - بنات

شعارنا

بالإتقان نتميز وبالتميز نعمل ونتعلم

قسم الرياضيات

الصف الحادي عشر علمي

هندسة الفضـــــاء والإحصـــــاء

الفصل الدراسي الثاني

كراسة متابعة الطالبة

2015/2016

اسم الطالبة: -----------------------------------

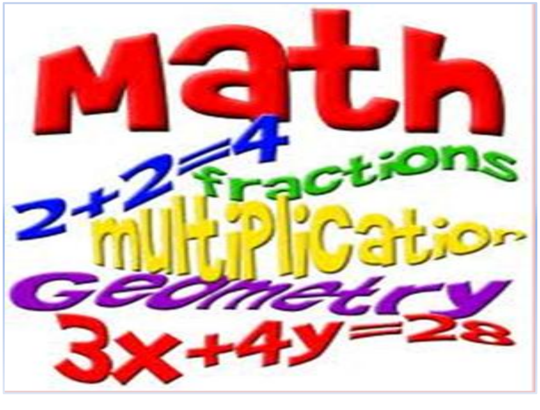
الصف :---------------------------------------

اعداد المعلمة/ عـــزة عبدالغني

رئيسة القسم / فاطمة المطيري

الموجه الفني أ/ عبدالوهاب نور الدين

مديرة المدرسة أ/ خالدة المير



التاريخ	متابعة الأعمال الصفية			توقيع ولي الأمر

مواعيد الإختبـــــــــارات

توقيع ولي الأمر	الكمية	التاريخ	اليوم	الاختبار
				قصير الفترة الثالثة
				اختبار الفترة الثالثة
				قصير الفترة الرابعة
				اختبار الفترة الرابعة

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
--------------------------------------	/ / 201م		
الموضوع	(1-10) المستقيمات والمستويات في المستوي		

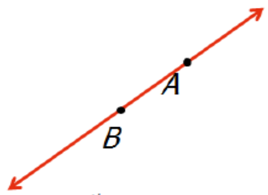
مسلمات (موضوعات) الفضاء

المسلمة (الموضوعة)

هي عبارة أولية (رياضية) نسلم بصحتها (نقبلها) دون برهان .

a

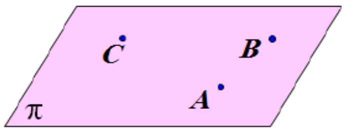
(i) أي نقطتين مختلفتين في الفضاء يمر بهما مستقيم وحيد (واحد فقط)



(ii) كل مستقيم في الفضاء يحوي على الأقل نقطتين مختلفتين

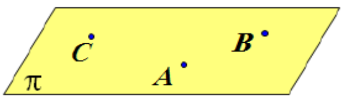
b

(i) في كل مستوٍ يوجد على الأقل ثلاث نقاط ليست على إستقامة واحدة



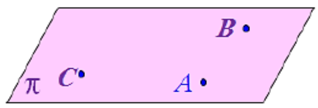
A , B , C ثلاث نقاط ليست على إستقامة واحدة

(ii) أي ثلاث نقاط مختلفة و ليست على إستقامة واحدة يحويها مستو واحد

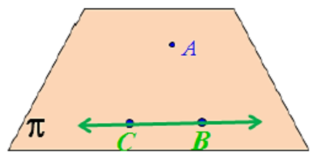


حالات تعيين المستوى فى الفضاء

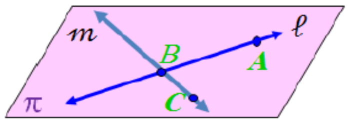
- أي ثلاث نقاط مختلفة ليست على إستقامة واحدة تعين مستويا واحدا فقط



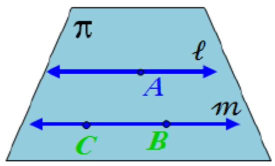
- أي مستقيم و نقطة خارجة عنه يعينان مستويا وحيدا فقط



- أي مستقيمان متقاطعان يعينان مستويا واحدا فقط



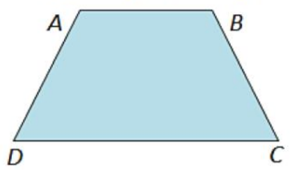
- أي مستقيمان متوازيان مختلفان يعينان مستويا واحدا فقط



مثال (1)

أثبت أن أضلاع أي شبه منحرف تقع جميعها في مستو واحد

صـ 119



المعطيات :

$ABCD$ شبه منحرف فيه $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

المطلوب :

إثبات أن $\overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DA}$ تقع جميعها في مستو واحد

البرهان

$\because \overline{AB} \parallel \overline{DC}$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}$

$\therefore \overleftrightarrow{AB} , \overleftrightarrow{DC}$ يعينان مستويا وحيدا و ليكن π

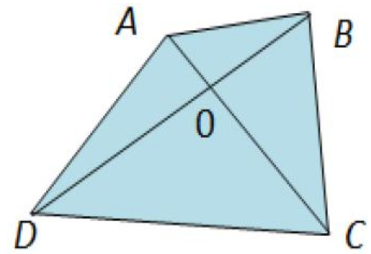
$\therefore$ النقطتان A , D تنتميان إلى المستوى π $\therefore \overleftrightarrow{AD} \subset \pi$

$\therefore$ النقطتان C , D تنتميان إلى المستوى π $\therefore \overleftrightarrow{BC} \subset \pi$

$\therefore \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DA}$ تقع جميعها في مستو واحد

حاول أن (1) في الشكل المقابل $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ يتقاطعان في O

صـ 119 أثبت أن أضلاع الرباعي $ABCD$ تقع جميعا في مستو واحد

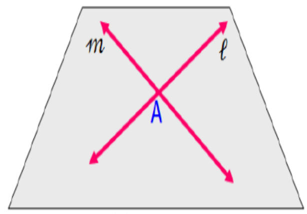


الأوضاع المختلفة لمستقيمان فى الفضاء

يقال لمستقيمين مختلفين بالفضاء أنهما :

(a) متقاطعان

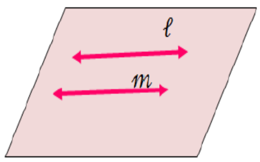
إذا وقعا في مستو واحد و كان بينهما نقطة واحدة مشتركة فقط



$\overleftrightarrow{\ell} \cap \overleftrightarrow{m} = \{A\}$

(b) متوازيان

إذا وقعا في مستو واحد و كانا غير متقاطعين

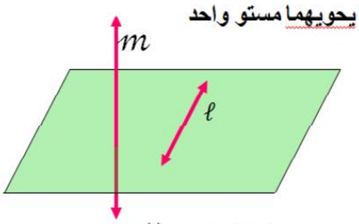


$\overleftrightarrow{\ell} \subset \pi , \overleftrightarrow{m} \subset \pi$

$\overleftrightarrow{\ell} \cap \overleftrightarrow{m} = \emptyset \Rightarrow \overleftrightarrow{\ell} // \overleftrightarrow{m}$

(c) متخالفان

إذا كان لا يحويهما مستو واحد



$\overleftrightarrow{\ell} \subset \pi , \overleftrightarrow{m} \not\subset \pi$

$\overleftrightarrow{\ell} \cap \overleftrightarrow{m} = \emptyset$

أوضاع مستقيم و مستوى فى الفضاء

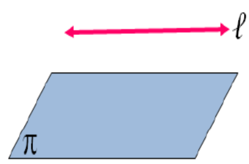
إن معرفة عدد النقاط المشتركة بين مستقيم و مستوي تسمح لنا

(a) صفر نقطة مشتركة

المستقيم موازي للمستوى

(في هذه الحالة يكون البعد بينهما ثابت)

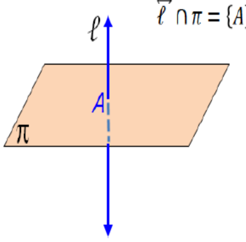
$\overleftrightarrow{\ell} \cap \pi = \emptyset \Rightarrow \overleftrightarrow{\ell} // \pi$



(b) نقطة مشتركة واحدة

المستقيم يقطع المستوى

$\overleftrightarrow{\ell} \cap \pi = \{A\}$

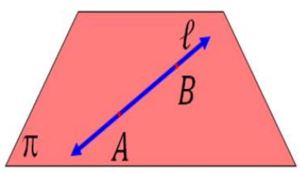


(c) نقطتان مختلفتان مشتركتان على الأقل

المستقيم يقع بكامله (بتمامه) في المستوى

$\overleftrightarrow{AB} \cap \pi = \overleftrightarrow{AB}$ (المستقيم يوازي المستوى)

$\overleftrightarrow{AB} \subset \pi$ $\quad \therefore \overleftrightarrow{AB} // \pi$

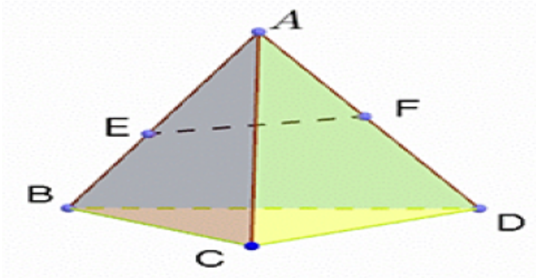


مثال (2) إذا كان $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة النقطة E تنتمي إلى $\overline{AB}$
النقطة F تنتمي إلى $\overline{AD}$ ، $\overleftrightarrow{EF}$ لايوازي $\overleftrightarrow{BD}$

أثبت أن :

(a) $\overleftrightarrow{EF} \subset (ABD)$

(b) $\overleftrightarrow{EF}$ يقطع (ACD)



الحل

المعطيات : ABCD هرم ثلاثي القاعدة النقطة E تنتمي إلى $\overline{AB}$
النقطة F تنتمي إلى $\overline{AD}$ $\overleftrightarrow{EF}$ لايوازي $\overleftrightarrow{BD}$

المطلوب :

(a) $\overleftrightarrow{EF} \subset (ABD)$

(b) $\overleftrightarrow{EF}$ يقطع (ACD)

البرهان : (a)

$\because E \in \overline{AB}$, $\overline{AB} \subseteq (ABD)$

$\therefore E \in (ABD)$

$\because F \in \overline{AD}$, $\overline{AD} \subseteq (ABD)$

$\therefore F \in (ABD)$

$\therefore$ النقطتان E , F تنتميان إلى (ABD)

$\therefore \overleftrightarrow{EF} \subseteq (ABD)$

(b) $\because F \in \overline{AD}$, $\overline{AD} \subseteq (ABD)$ $\therefore F \in (ABD) \longrightarrow (1)$

$\because E \notin (ACD) \longrightarrow (2)$

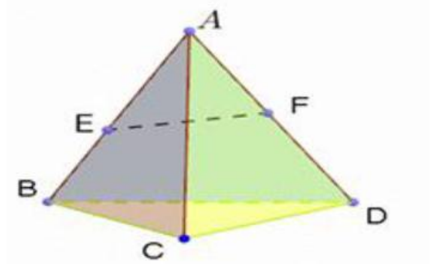
$\because$ E , F نقطتان مختلفتان $\therefore$ تحددان مستقيم وحيد $\overleftrightarrow{EF} \longleftarrow (3)$

$\therefore$ من (1) ، (2) ، (3) ينتج أن :

$\overleftrightarrow{EF}$ يشترك مع (ACD) في نقطة واحدة أي يقطعه

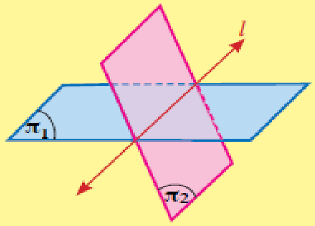
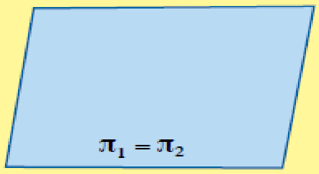
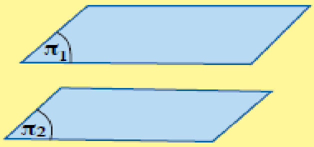
حاول أن تحل صـ 122 ..

إذا كان ABCD هرم ثلاثي القاعدة.
النقطة E تنتمي إلى $\overline{AB}$ ، النقطة F تنتمي إلى $\overline{AD}$
$\overleftrightarrow{EF}$ لا يوازي $\overleftrightarrow{BD}$
أثبت أن $\overleftrightarrow{EF}$ يقطع (BCD)

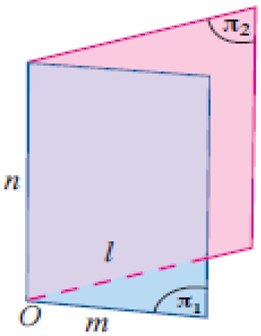


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
---	/ / 201م		
الموضوع	(10-1) أوضاع المستويين مستقيمات في الفضاء		

أوضاع مستويين فى الفضاء

a المستويان متقاطعان في مستقيم.	b المستويان منطبقان (يشتركان في جميع النقاط).	c المستويان متوازيان (لا توجد نقاط مشتركة بينهما).
		
$\pi_1 \cap \pi_2 \neq \phi \Rightarrow \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{l}$	$\pi_1 = \pi_2 \Rightarrow \pi_1 \mathbin{/\!/} \pi_2$	$\pi_1 \cap \pi_2 = \phi \Rightarrow \pi_1 \mathbin{/\!/} \pi_2$

مثال (3)..



l , m , n ثلاثة مستقيمات لا تقع في مستو واحد تتقاطع مثنى مثنى.
أثبت أن المستقيمات الثلاثة تتقاطع في نقطة واحدة.

المعطيات:
l , m , n ثلاثة مستقيمات لا تقع في مستو واحد بحيث أن:
$\overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} \neq \emptyset , \overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{n} \neq \emptyset , \overleftrightarrow{m} \cap \overleftrightarrow{n} \neq \emptyset$

المطلوب:
إثبات أن المستقيمات الثلاثة تتقاطع في نقطة واحدة.

البرهان:
$\because$ المستقيمان m , n متقاطعان. E يعينان مستو وحيداً وليكن π_1
$\because$ المستقيمان l , n متقاطعان. E يعينان مستو وحيداً وليكن π_2
ولتكن O نقطة تقاطع المستقيمين l , m

$O \in \overleftrightarrow{m} \quad \therefore O \in \pi_1 \qquad (1)$

$O \in \overleftrightarrow{l} \quad \therefore O \in \pi_2 \qquad (2)$

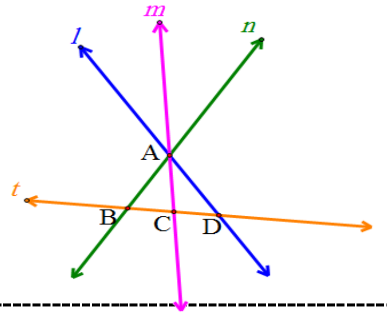
من (1) , (2) $\quad O \in \pi_1 \cap \pi_2$

$\because \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{n}$

$\therefore O \in \overleftrightarrow{n}$

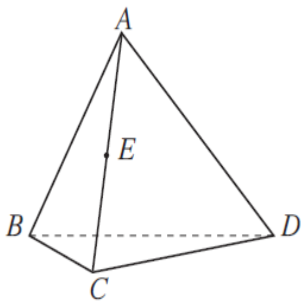
$\therefore$ O نقطة مشتركة بين المستقيمات الثلاثة وبالتالي تتقاطع المستقيمات l , m , n في نقطة واحدة.

حاول أن تحل (3) صـ 123..

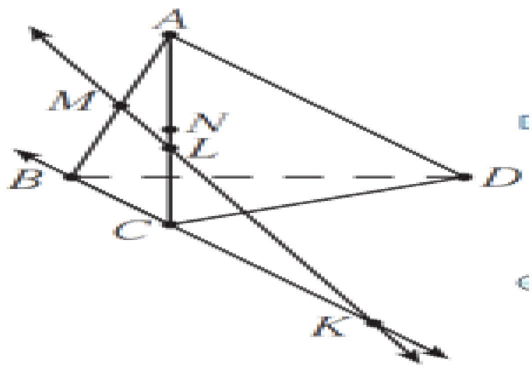


l , m , n ثلاثة مستقيمات مختلفة تتقاطع في A . المستقيم t يقطع المستقيمات الثلاثة في B , C , D على الترتيب. أثبت أن المستقيمات l , m , n , t تقع في مستوٍ واحد

كراسة التمارين ص47 و 48و 49



(7) أثبت أن النقطة E تقع في المستوي ADC وفي المستوي ABC



(13) $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة.

M منتصف $\overline{AB}$، N منتصف $\overline{AC}$، $L \in \overline{AC}$، $L \neq N$

(a) أثبت أن: $\overleftrightarrow{ML}$ يقع في المستوي ABC

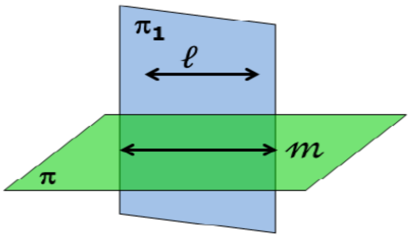
(b) أثبت أن: $\overleftrightarrow{ML}$, $\overleftrightarrow{CB}$ يتقاطعان في النقطة K

(c) ما نقطة تقاطع المستقيم $\overleftrightarrow{ML}$ مع المستوي BCD؟

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		201م / /	--
(10-2) المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء			الموضوع

نظرية (1)

إذا وازي مستقيم خارج مستو مستقيما في المستوي فإنه يوازي المستوي



المعطيات : $\overleftrightarrow{\ell}$ مستقيم خارج المستوى π

$\overleftrightarrow{\ell} \,//\, \overleftrightarrow{m}$, $\overleftrightarrow{m} \subset \pi$

المطلوب : إثبت أن $\overleftrightarrow{\ell} \,//\pi$

البرهان : $\because$ $\overleftrightarrow{\ell} \,//\, \overleftrightarrow{m}$

$\therefore$ $\overleftrightarrow{m}$, $\overleftrightarrow{\ell}$ يعينان مستويا وحيدا و ليكن π_1

$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{m}$

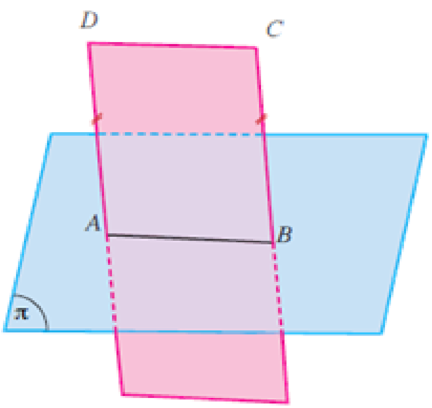
لنفرض أن $\overleftrightarrow{\ell}$ لا يوازي π

$\therefore$ $\overleftrightarrow{\ell}$ يقطع π في نقطة تنتمي إلي خط تقاطع π_1 , π

أي أنها نقطة تنتمي إلي $\overleftrightarrow{m}$ و هذا يخالف الفرض لأن $\overleftrightarrow{\ell} \,//\, \overleftrightarrow{m}$

$\therefore$ $\overleftrightarrow{\ell}$ لايمكن أن يقطع المستوي π و بالتالي $\overleftrightarrow{\ell} \,//\pi$

مثال (1)..



في الشكل المقابل: $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi , \overleftrightarrow{AD} \;//\; \overleftrightarrow{BC}\ ,\ AD = BC$

أثبت أن: $\overleftrightarrow{CD} \;//\; \pi$

المعطيات: $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi , \overleftrightarrow{AD} \;//\; \overleftrightarrow{BC}\ ,\ AD = BC$

المطلوب: إثبات أن $\overleftrightarrow{CD} \;//\; \pi$

البرهان:

$\because \overleftrightarrow{AD} \;//\; \overleftrightarrow{BC}$

E $\overleftrightarrow{AD}, \overleftrightarrow{BC}$ يعينان مستوياً وحيداً وليكن $(ABCD)$ فيه

$\overleftrightarrow{AD} \;//\; \overleftrightarrow{BC}\ ,\ AD = BC$

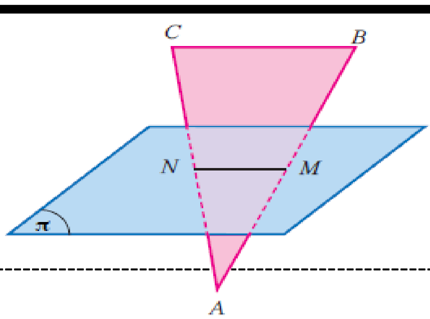
$ABCD$ E متوازي أضلاع

ومنه $\overleftrightarrow{DC} \;//\; \overleftrightarrow{AB}$

$\because \overleftrightarrow{AB} \subset \pi$

$\therefore \overleftrightarrow{CD} \;//\; \pi$

حاول أن تحل (1) صـ 125..



في الشكل المقابل: المثلث ABC فيه M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$ ،

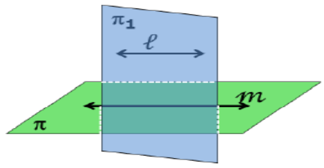
N, M تنتميان إلي المستوي π .

أثبت أن $\overleftrightarrow{BC} \;//\; \pi$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
---------------------------------------	/ / 201م		
الموضوع	**(2-10) ت/ المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء**		

نظرية (2)

إذا وازى مستقيم مستويا ، فكل مستو مار بالمستقيم و يقطع المستوى ، يقطعه في مستقيم مواز للمستقيم المعلوم .

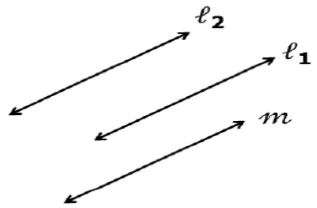


$\because \overleftrightarrow{\ell} \parallel \pi$ ، $\overleftrightarrow{\ell} \subset \pi_1$ ، $\pi_1 \cap \pi = \overleftrightarrow{m}$

$\therefore \overleftrightarrow{m} \parallel \overleftrightarrow{\ell}$

نظرية (3)

المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث في الفضاء متوازيا



$\because \overleftrightarrow{\ell_1} \parallel \overleftrightarrow{m}$ ، $\overleftrightarrow{\ell_2} \parallel \overleftrightarrow{m}$

$\therefore \overleftrightarrow{\ell_1} \parallel \overleftrightarrow{\ell_2}$

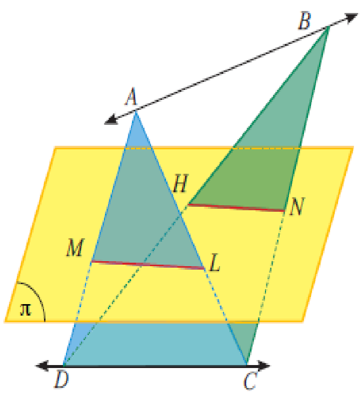
مثال (2)..

في الشكل المقابل: إذا كان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متخالفان ، $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$

$\overleftrightarrow{AD}$ تقطع π في M، $\overleftrightarrow{AC}$ تقطع π في L

$\overleftrightarrow{BD}$ تقطع π في H، $\overleftrightarrow{BC}$ تقطع π في N

أثبت أن: $\overleftrightarrow{LM} \parallel \overleftrightarrow{NH}$



المعطيات:

$\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متخالفان ، $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$

$\overleftrightarrow{AD}$ تقطع π في M، $\overleftrightarrow{AC}$ تقطع π في L

$\overleftrightarrow{BD}$ تقطع π في H، $\overleftrightarrow{BC}$ تقطع π في N

المطلوب:

اثبات أن: $\overleftrightarrow{LM} \parallel \overleftrightarrow{NH}$

البرهان:

$\because \overleftrightarrow{AD} \cap \overleftrightarrow{AC} = \{A\}$

E $\overleftrightarrow{AD}, \overleftrightarrow{AC}$ يعينان مستو (ADC)

$\because \overleftrightarrow{AD} \cap \pi = \{M\}, \overleftrightarrow{AC} \cap \pi = \{L\}$

$\therefore (ADC) \cap \pi = \overleftrightarrow{ML}$ (1)

$\because \overleftrightarrow{CD} \subset (ACD)$ (2)

$\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$ (3)

من (1) و (2) و (3) $\overleftrightarrow{LM} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (4)

$\overleftrightarrow{BC} \cap \overleftrightarrow{BD} = \{B\}$

$\therefore \overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{BD}$ يعينان مستو (BCD)

$\overleftrightarrow{BD} \cap \pi = \{H\}, \overleftrightarrow{BC} \cap \pi = \{N\}$

$\therefore (BCD) \cap \pi = \overleftrightarrow{HN}$ (5)

$\overleftrightarrow{CD} \subset (BCD)$ (6)

$\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$ (7)

من (1) و (2) و (3) $\overleftrightarrow{HN} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (8)

من (4) و (8) $\overleftrightarrow{ML} \parallel \overleftrightarrow{HN}$

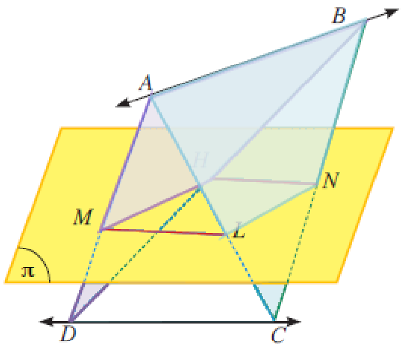
حاول أن تحل(2) صـ 125..

في الشكل المقابل: إذا كان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متخالفان ، $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$

$\overleftrightarrow{AD}$ تقطع π في M، $\overleftrightarrow{AC}$ تقطع π في L.

$\overleftrightarrow{BD}$ تقطع π في H، $\overleftrightarrow{BC}$ تقطع π في N.

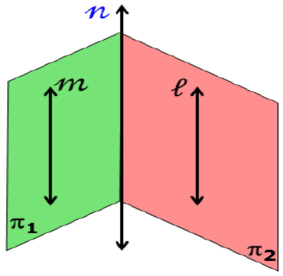
إذا كان $\pi \parallel \overleftrightarrow{AB}$ أثبت أن $LMHN$ متوازي أضلاع.



الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	--
(10-2) ت/ المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء			الموضوع

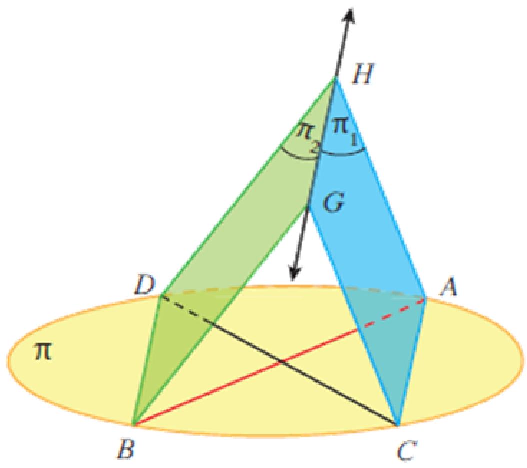
نتيجة (1)

إذا توازى مستقيمان و مر بهما مستويان متقاطعان ، فإن
تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين



c $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{n}$, $\overleftrightarrow{\ell} \subset \pi_2$, $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{\ell} \mathbin{//} \overleftrightarrow{m}$ → $\overleftrightarrow{\ell} \mathbin{//} \overleftrightarrow{m} \mathbin{//} \overleftrightarrow{n}$

مثال (3)..



في الشكل المقابل: $\overline{AB}\,,\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

المعطيات: $\overline{AB}\,,\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

المطلوب: اثبات أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

البرهان:

□ $\overline{AB}\,,\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

∴ ينصف كل منهما الآخر ومتطابقان

∴ الشكل $ACBD$ مستطيل

$\therefore\ \overleftrightarrow{AC} \mathbin{//} \overleftrightarrow{DB}$

$\because\ \overleftrightarrow{AC} \subset \pi_1\,, \overleftrightarrow{DB} \subset \pi_2\,, \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

$\therefore\ \overleftrightarrow{GH} \mathbin{//} \overleftrightarrow{AC} \mathbin{//} \overleftrightarrow{DB}$

$\because\ \overleftrightarrow{GH} \mathbin{//} \overleftrightarrow{AC}\ ,\ \overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

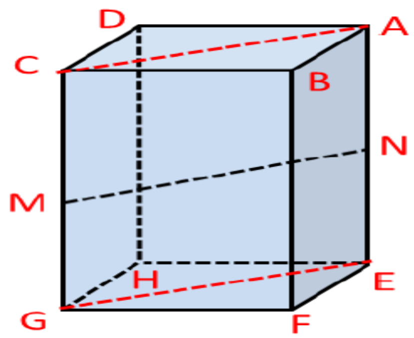
$\therefore\ \overleftrightarrow{GH} \mathbin{//} \pi$

حاول أن تحل(3) صـ 127..

$ABCDEFGH$ شبه مكعب.

M منتصف $\overline{CG}$ ، N منتصف $\overline{AE}$.

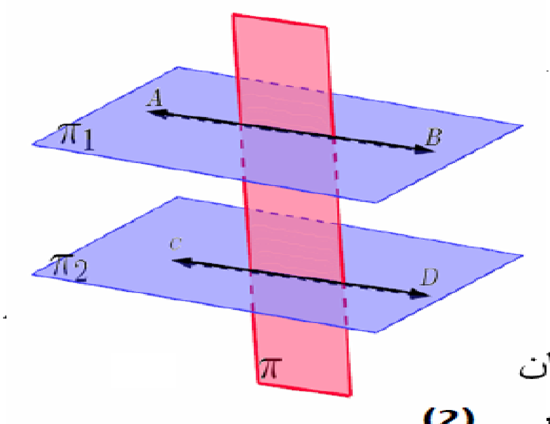
أثبت أن $(EFGH)$ يوازي $\overleftrightarrow{MN}$.



الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	------------------------------------
(10-2) ت/ المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء			الموضوع

نظرية (4)

إذا قطع مستو مستويين متوازيين فإن خطي تقاطعه معهما يكونان متوازيين



المعطيات : $\pi_2 \,//\, \pi_1$

$\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD}$ $\quad$ $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB}$

المطلوب : $\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{CD}$

البرهان : فرضا $\because\ \pi_2 \,//\, \pi_1$

$\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$ $\quad$ $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$

$\therefore\ \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \emptyset$

أي أن $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{AB}$ هما متوازيان أو متخالفان

و لكن $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{AB}$ يحويهما مستوي واحد π (2)

من (1) ، (2) نستنتج أن : $\overleftrightarrow{CD} \,//\, \overleftrightarrow{AB}$

مثال (4)..

في الشكل المقابل: π_1 , π_2 مستويين متوازيين.

$\overleftrightarrow{l} , \overleftrightarrow{m}$ مستقيمان متقاطعان في F ويقطعان كلا من π_1 في A , B ، π_2 في C , D

إذا كان $FB = 5\ cm , CD = 9\ cm , AC = 6\ cm , BD = 4\ cm$

فأوجد محيط المثلث FAB

المعطيات:

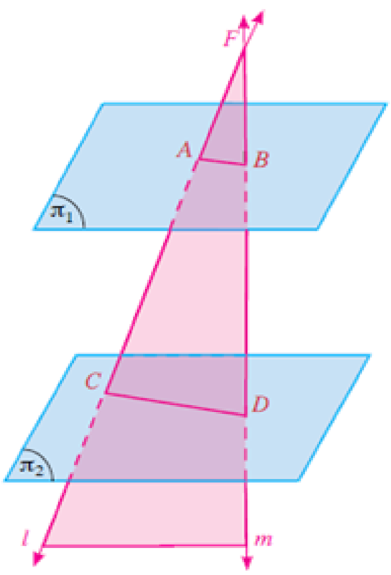
$\overleftrightarrow{l} , \overleftrightarrow{m}$ مستقيمان متقاطعان في F ويقطعان كلا من π_1 في A , B ، π_2 في C , D

إذا كان $FB = 5\ cm , CD = 9\ cm , AC = 6\ cm , BD =$

المطلوب:

ايجاد محيط المثلث FAB

البرهان:



$\because \overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \{F\}$

$\overleftrightarrow{l} , \overleftrightarrow{m}$ يعينان مستو واحد π

$\pi_1 \,//\, \pi_2$

$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB} \ , \pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD}$

$\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{CD}$

في المستوي π $\quad$ $\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{CD}$

$\therefore$ المثلثان FAB , FCD متشابهان.

$$\frac{FB}{FD} = \frac{FA}{FC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\frac{5}{4+5} = \frac{FA}{FA+6} = \frac{AB}{9}$$

$$\frac{5}{4+5} = \frac{FA}{FA+6}$$

$$9FA = 5(FA+6)$$

$$4FA = 30 \quad \Longrightarrow \quad FA = 7.5\ cm$$

$$\frac{5}{4+5} = \frac{AB}{9} \quad \Longrightarrow \quad AB = 5\ cm$$

محيط المثلث FAB يساوي:

$$FA + FB + AB = 7.5\ cm + 5\ cm + 5\ cm = 17.5\ cm$$

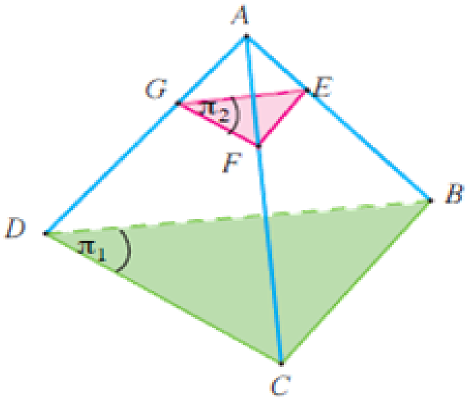
حاول أن تحل (4) صـ 129..

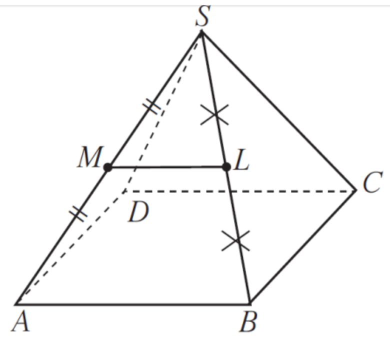
في الشكل المقابل، $ABCD$ هرم ثلاثي.

المستويان π_2 , π_1 متوازيان.

إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$, $FG = 6\ cm$

فأوجد DC

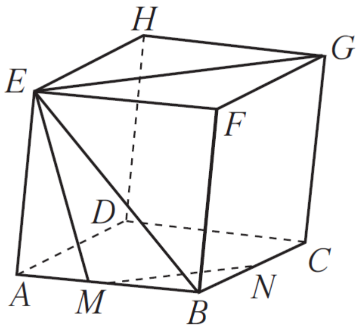




(3) $SABCD$ هرم قاعدته $ABCD$ مربعة الشكل.

M منتصف $\overline{SA}$ ، L منتصف $\overline{SB}$

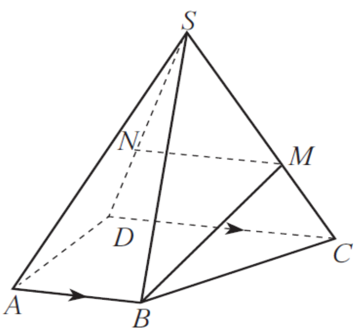
أثبت أن: $\overleftrightarrow{ML} \parallel (ABCD)$



(4) $ABCDEFGH$ مكعب.

$M \in \overline{AB}$ ، المستوي GEM يقطع $\overline{BC}$ في النقطة N

أثبت أن: $\overleftrightarrow{GE} \parallel \overleftrightarrow{MN}$



(5) $SABCD$ هرم قاعدته شبه المنحرف $ABCD$ حيث إن $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}$

$M \in \overline{SC}$ ، المستوي ABM يقطع $\overline{SD}$ في N

(a) أثبت أن: $\overleftrightarrow{AB}$ يوازي المستوي SDC

(b) أثبت أن: $\overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

(7) ليكن π_2, π_1 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث:

$\overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$

و $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$, $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$

أثبت أن: $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

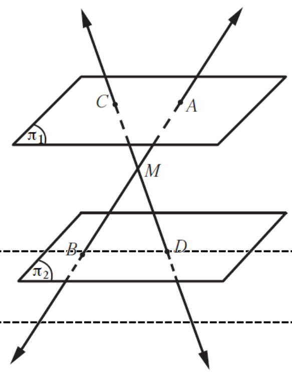
(8) $ABEF$, $ABCD$ متوازيا أضلاع غير مستويين معًا ويتقاطعان في $\overleftrightarrow{AB}$

أثبت أن: $CDEF$ متوازي أضلاع

(9) في الشكل المقابل π_2, π_1 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما،

حيث $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

أثبت أن: $\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$

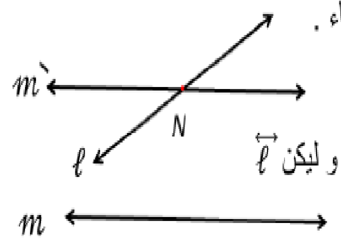


الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	------------------------------------
		(3-10) تعامد مستقيم مع مستوي	الموضوع

الزاوية بين مستقيمين متخالفين

هي الزاوية التي يصنعها أحدهما مع أي مستقيم قاطع له و مواز للأخر

$\overleftrightarrow{m}$, $\overleftrightarrow{\ell}$ مستقيمان متخالفان في الفضاء .



نأخذ النقطة N على أحد المستقيمين و ليكن $\overleftrightarrow{\ell}$

نرسم $\overleftrightarrow{m`}$ يوازي $\overleftrightarrow{m}$ و يمر بالنقطة N

الزاوية بين المستقيمين $\overleftrightarrow{\ell}$، $\overleftrightarrow{m}$ هي أحدى الزوايا الناتجة عن تقاطع $\overleftrightarrow{\ell}$، $\overleftrightarrow{m`}$

$\hat{N}$ الزاوية الحادة بين المستقيمين m ، ℓ

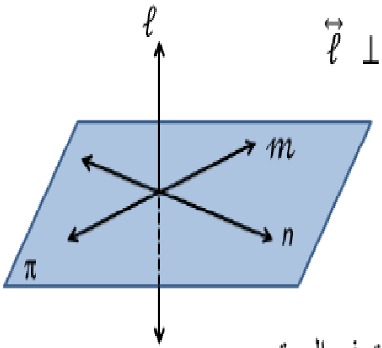
ملاحظة : لا تتأثر الزاوية بتغير موقع النقطة N

تعريف

يكون المستقيم ℓ عموديا على المستوى π إذا كان $\overleftrightarrow{\ell}$ عموديا على جميع المستقيمات الواقعة في π و يرمز له بـ : $\overleftrightarrow{\ell} \perp \pi$

نقول أيضا إن π عمودي على $\overleftrightarrow{\ell}$ $\qquad \pi \perp \overleftrightarrow{\ell}$

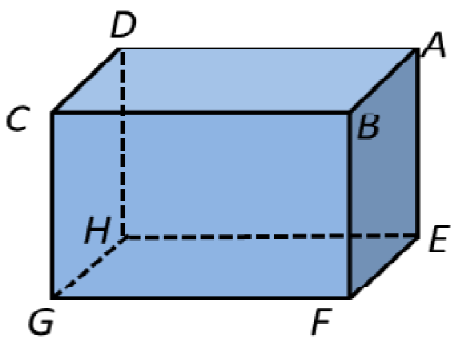
في الشكل المجاور : إذا كان $\overleftrightarrow{\ell} \perp \pi$



فإن ℓ عموديا على كل المستقيمات في المستوى π

نظرية (5)

المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين يكون عموديا على مستويهما



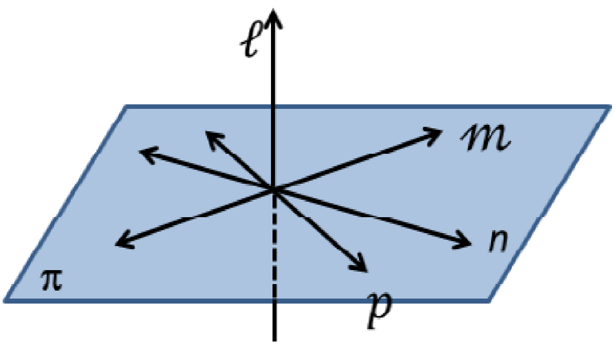
$$\overleftrightarrow{GF} \cap \overleftrightarrow{GH} = \{G\}$$

$$\overleftrightarrow{CG} \perp \overleftrightarrow{GH} \quad ، \quad \overleftrightarrow{CG} \perp \overleftrightarrow{GH}$$

$$\overleftrightarrow{CG} \perp (EFGH)$$

نتيجة (2)

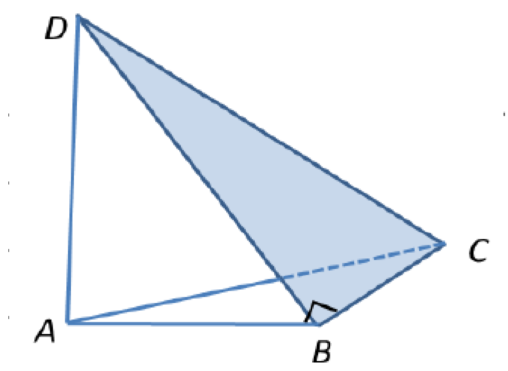
جميع المستقيمات العمودية على مستقيم معلوم من نقطة تنتمي إلى هذا المستقيم تكون محتواه في مستو واحد عموديا على المستقيم المعلوم



مثال (1)
صـ 131

في الشكل المقابل، المثلث ABC قائم في $\hat{B}$، $\overleftrightarrow{AD} \perp (ABC)$
إثبت أن المثلث DBC قائم في $\hat{B}$

البرهان



(معطى) $\overleftrightarrow{BC} \perp (ABC)$, $\overleftrightarrow{AD} \perp (ABC)$

(نظرية)(1) $\Longrightarrow$ $\overleftrightarrow{BC} \perp \overleftrightarrow{AD}$ $\therefore$

$\because$ المثلث ABC قائم في $\hat{B}$

$(2) \Longrightarrow \overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BC}$ $\therefore$

$\because$ المستقيمان $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AD}$ متقاطعان

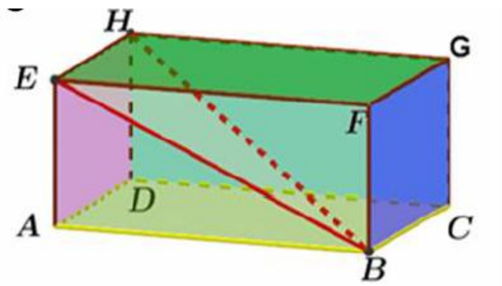
$\therefore$ يعينان المستوي (ABD) $\Longleftarrow$ (3)

من (1) ، (2) ، (3) $\overleftrightarrow{BC} \perp (ABD)$ $\therefore$

(نظرية) $\overleftrightarrow{BC} \perp \overleftrightarrow{BD}$ $\therefore$ $\Longleftarrow$ $\overleftrightarrow{BD} \subset (ABD)$ $\because$

$\therefore$ المثلث BCD قائم في $\hat{B}$

حاول أن تحل(1) صـ 132

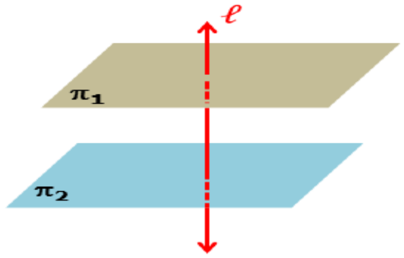


في شبه المكعب المقابل، أثبت أن المثلث BEH قائم في $\widehat{E}$

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	--
		(10-3) ت / تعامد مستقيم مع مستوي	الموضوع

نظرية (6)

إذا كان مستقيم عموديا على كل من مستويين مختلفين فإنهما يكونان متوازيان

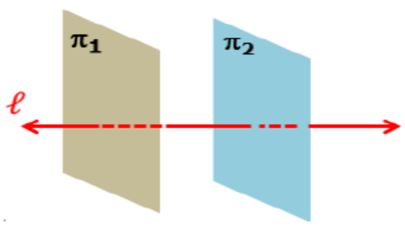


$\overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_1 \ , \ \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_2 \longrightarrow \pi_1 \parallel \pi_2$

نظرية (7)

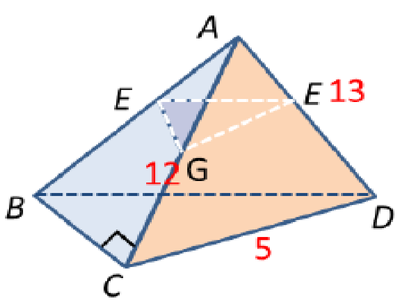
إذا كان مستقيم عموديا على أحد مستويين متوازيين فإنه يكون عموديا على المستوى الأخر

$\overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_1 \ , \ \pi_1 \parallel \pi_2 \longrightarrow \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_2$



مثال (2)
صـ132

في الشكل المقابل : Aنقطة خارج المستوى BCD،
و النقاط E,G,F منتصفات $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ على الترتيب
إذا كان $\overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{CB}$ و كان $CD=5cm$, $AC=12cm$, $AD=13cm$
فأثبت أن $(EGF) \parallel (BCD)$



البرهان

في المثلث : ACD

$(AD)^2 = 169$ ، $(AC)^2+(CD)^2 = 169$

∴ المثلث ACD قائم في $\hat{C}$

(معطى) $\overline{AC} \perp \overline{CB}$, $\overline{AC} \perp \overline{CD}$ ∴

وحيث أن $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CB}$ متقاطعان

نظرية (1) $\Longrightarrow$ $\overleftrightarrow{AC} \perp (BCD)$ ∴

في المثلث : ABC ∵ Eمنتصف AB ، G منتصف AC

$\overleftrightarrow{EG} \parallel \overleftrightarrow{CB}$ ∴

و لكن $m(\hat{BCA}) = 90°$

$\overleftrightarrow{AG} \perp \overleftrightarrow{EG} \longrightarrow$ ∴ $m(A\hat{G}E) = 90$

و بالمثل $\overleftrightarrow{AG} \perp \overleftrightarrow{GF}$

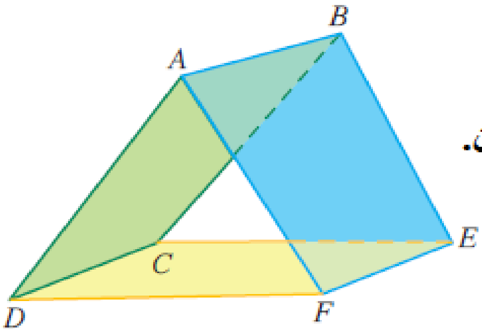
∴ $\overleftrightarrow{AG} \perp (EGF) \longrightarrow \overleftrightarrow{AC} \perp (EGF) \longrightarrow$ (2)

من (1) ، (2) ∴ (EGF) $\parallel$ (BCD)

حاول أن تحل(2) صـ 133..

في الشكل المقابل: $ABEF , ABCD$ مستطيلان.

أثبت آن: $(AFD) // (BEC)$

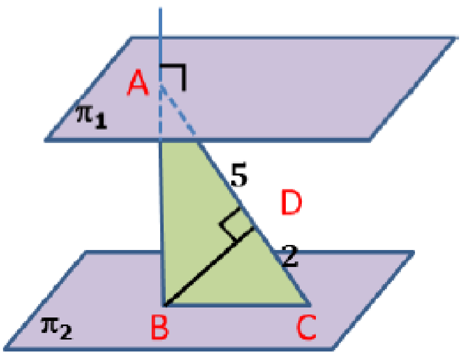


مثال (3) ص134

في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{AB} \perp \pi_1$, $\pi_1 // \pi_2$

رسم $\overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{BD}$ في المستوى ABC , $A \in \pi_1$, $\overleftrightarrow{BC} \subset \pi_2$

أوجد : BD



البرهان

$\because \pi_1 // \pi_2$, $\overleftrightarrow{AB} \perp \pi_1$

$\therefore \overleftrightarrow{AB} \perp \pi_2$ نظرية 7

$\therefore$ $\overline{AB}$ عمودي على كل مستقيم في π_2

$\because \overleftrightarrow{BC} \subset \pi_2 \Longrightarrow \overline{AB} \perp \overline{BC}$

في المثلث ABC القائم في $\hat{B}$

$\because \overline{BD} \perp \overline{BC}$

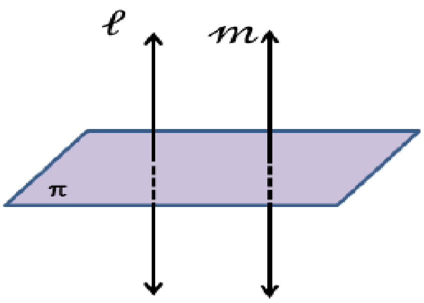
صـ132

$$\therefore (BD)^2 = AD \times DC = 5 \times 2 = 10$$

$$BD = \sqrt{10}\ cm$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
--	/ / 201م		
الموضوع	(10-3) ت / تعامد مستقيم مع مستوي		

نظرية (8) المستقيمان العموديان على مستو متوازيان .



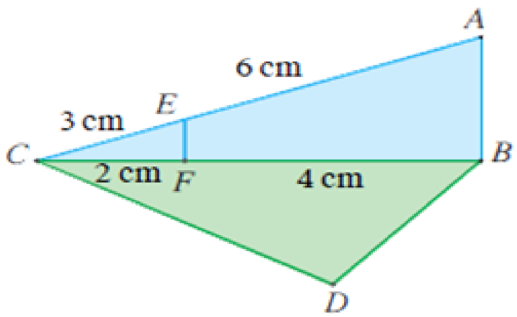
$$\overleftrightarrow{\ell} \perp \pi \ , \ \overleftrightarrow{m} \perp \pi \ \Rightarrow \ \overleftrightarrow{\ell} \parallel \overleftrightarrow{m}$$

نظرية (9)

إذا توازى مستقيمان أحدهما عموديا على مستو كان المستقيم الأخر عموديا على المستوى أيضا

$$\overleftrightarrow{\ell} \parallel \overleftrightarrow{m} \ , \ \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi \ \Rightarrow \ \overleftrightarrow{m} \perp \pi$$

مثال (4)..



في الشكل المقابل إذا كان $\overline{AB} \perp (BCD)$
وكان $CE = 3\ cm\ , EA = 6\ cm$
$, CF = 2\ cm\ , FB = 4\ cm$
أثبت أن: $\overline{EF} \perp \overline{DB}$

المعطيات: $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$
$CE = 3\ cm\ , EA = 6\ cm\ , CF = 2\ cm\ , FB = 4\ cm$

المطلوب: إثبات أن $\overline{EF} \perp \overline{DB}$

البرهان:
□ $\overline{CA}\ , \overline{AB}$ متقاطعان E يعينان مستو وحيد (ABC)
في المثلث CAB:

$$\frac{CE}{EA} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{CF}{FB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{EF} \parallel \overline{AB}$$
$$\because \overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$$
$$\therefore \overline{EF} \perp (BCD) \qquad (1)$$
$$\overline{DB} \subset (BCD) \qquad (2)$$

من $(1)\ ,\ (2)$ نستنتج أن:

$$\overline{EF} \perp \overline{DB}$$

حاول أن تحل(4) صـ 136..

- في الشكل المقابل:

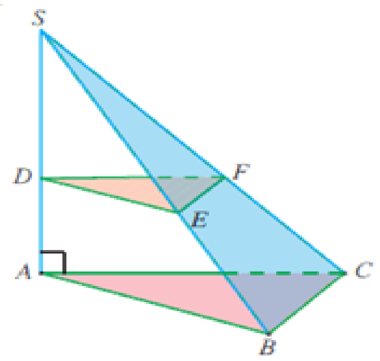
المستويان (DEF) , (ABC) متوازيان

$\overleftrightarrow{SA} \perp (ABC)$

- إذا كان: $SD = 3\ cm\ , DA = 2\ cm\ , BC = 5\ cm$

$, AC = 6\ cm\ , SE = 5\ cm$

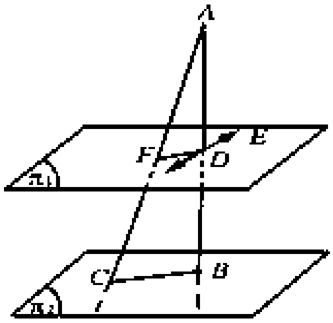
فأوجد محيط المثلث DEF



(5) في الشكل المقابل، $\overline{AB}$ عمودي على المستويَين π_2 ، π_1 ، $\overline{DE} \subset \pi_1$ ، $\overline{AD} \perp \overline{DE}$

فإذا كانت D منتصف $\overline{AB}$ ، F منتصف $\overline{AC}$

أثبت أن: $\pi_1 \,/\!/\, \pi_2$

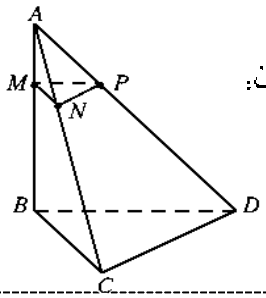


----

(6) في الشكل المقابل، $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة حيث $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$ فإذا كان:

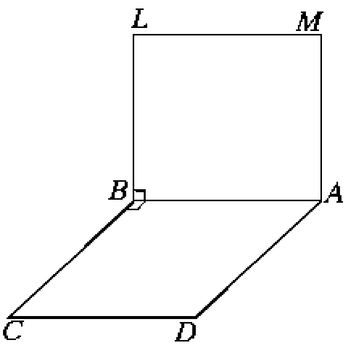
$AB = 3\,AM$ ، $AC = 3\,AN$ ، $AD = 3\,AP$ ،

أثبت أن $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على (MNP)



(9) ABC مثلث، أخذت النقطة D خارج مستوي المثلث بحيث كان: $\overline{DA}$ عموديًا على كل من $\overline{AB}$، $\overline{AC}$

فإذا كانت M منتصف $\overline{AB}$، N منتصف $\overline{DB}$، أثبت أن: $\overleftrightarrow{MN} \perp (ABC)$



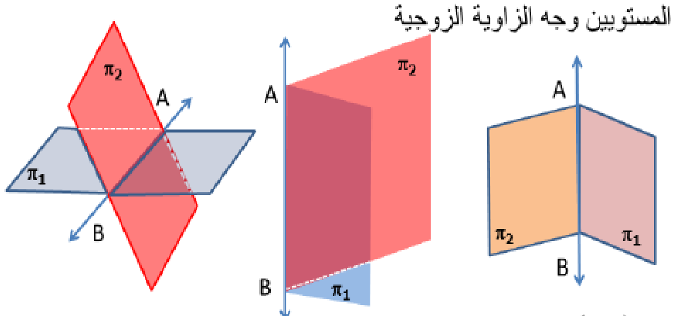
(11) $ABCD$، $ABLM$ مربعان ليسا في مستو واحد، لهما ضلع مشترك $\overline{AB}$،

أثبت أن: $\overleftrightarrow{LM} \perp (LBC)$

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		201م / /	------------------------------------
(10-4) الزاوية الزوجية			الموضوع

الزاوية بين مستويين (الزاوية الزوجية)

إذا تقاطع مستويان مختلفان في الفضاء فإنهما يتقاطعان في مستقيم و ينتج من هذا التقاطع أربع زوايا زوجية
يقسم المستقيم المشترك كل مستوى إلي نصفين و يسمى المستقيم المشترك حافة الزاوية الزوجية أو الفاصل المشترك و يسمى كل من نصفي المستويين وجه الزاوية الزوجية

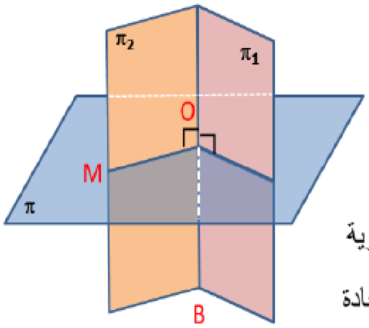


$(\pi_1, \overleftrightarrow{AB}, \pi_2)$ أو نرمز للزاوية الزوجية بحافتها فنكتب الزاوية $\overleftrightarrow{AB}$

الزاوية المستوية للزاوية الزوجية

هي الزاوية

التي تنشأ من تقاطع الزاوية الزوجية مع مستو عمودي على حافتها



و تكون قياس الزاوية الزوجية

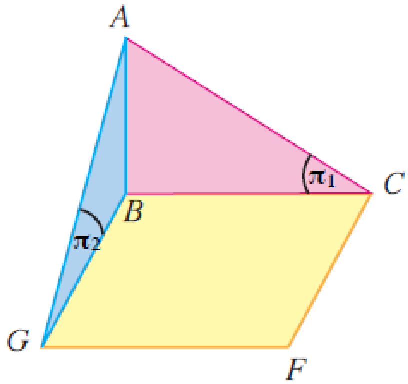
هو قياس إحدي زواياها المستوية

و دائما نأخذ قياس الزاوية الحادة

تدريب

في كل من الأشكال التالية عين الزاوية الزوجية بين المستويين π_1, π_2

2



$\overline{AB} \perp (CBGF)$

حافة الزاوية الزوجية ....

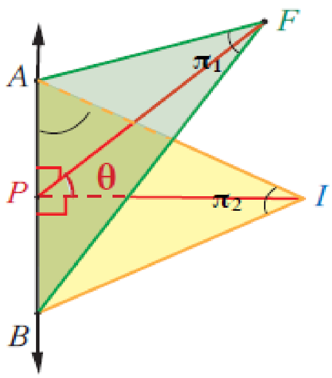
$\overline{BC} \subset \pi_1$, ... $\perp \overline{AB}$

وكذلك .... $\subset \pi_2$, ... $\perp \overline{AB}$

$\therefore$ .... هي الزاوية المستوية

للزاوية الزوجية بين π_1, π_2

1



$\overline{FP} \perp \overline{AB}$, $\overline{IP} \perp \overline{AB}$

حافة الزاوية الزوجية ....

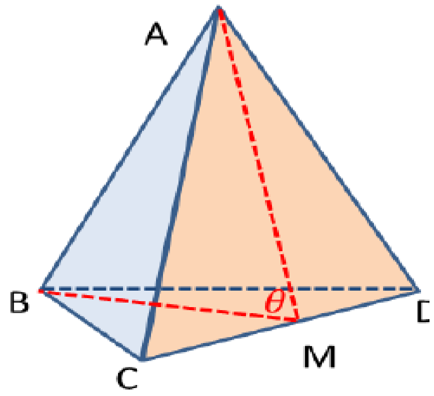
...... $\subset \pi_1$, ... $\perp \overline{AB}$

وكذلك .... $\subset \pi_2$, ... $\perp \overline{AB}$

$\therefore$ .... هي الزاوية المستوية

للزاوية الزوجية بين π_1, π_2

مثال (1)
صـ 139



في الشكل المقابل هرما ثلاثي القاعدة أوجهه مثلثات متطابقة الأضلاع طول حرفه 8 cm ، m منتصف $\overline{DC}$

(a) حدد الزاوية المستوية بين المستويين ADC, BDC

(b) أوجد قياس الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{DC}$

البرهان

تحدد الزاوية المستوية بين المستويين: ADC , BDC

$\overleftrightarrow{CD}$ حافة الزاوية الزوجية ⟵ (1)

المثلث ADC متطابق الأضلاع

∵ M منتصف $\overline{CD}$ من خواص المثلث المتطابق الأضلاع

∴ $\overleftrightarrow{AM} \perp \overleftrightarrow{DC}$ حيث : $\overleftrightarrow{AM} \subset (ADC)$ ⟵ (2)

∴ $\overleftrightarrow{BM} \perp \overleftrightarrow{DC}$ حيث : $\overleftrightarrow{BM} \subset (BDC)$ ⟵ (3)

نجد أن : $A\hat{M}B$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{DC}$

البرهان المثلث AMD قائم الزاوية في M

من فيثاغورث : $(AM)^2 = 8^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 48$

$AM = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}\ cm$, $BM = AM = 4\sqrt{3}\ cm$

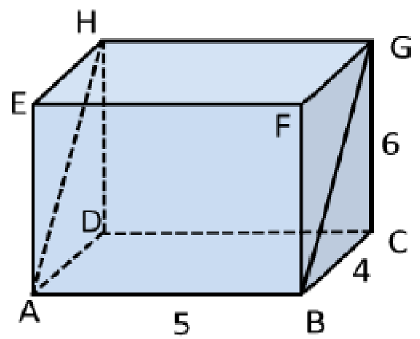
في المثلث ABM

$$(AB)^2 = (AB)^2 + (AB)^2 - 2 \cdot AM \cdot MB \cdot COS\theta$$

$$\cos\theta = \frac{(AM)^2 + (MB)^2 - (AB)^2}{2 \cdot AM \cdot MB} = \frac{48 + 48 - 64}{2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \approx 70.5287^\circ$$

قياس الزاوية المستوية للزاوية الزوجية حوالي $70^\circ\ 31'\ 44''$

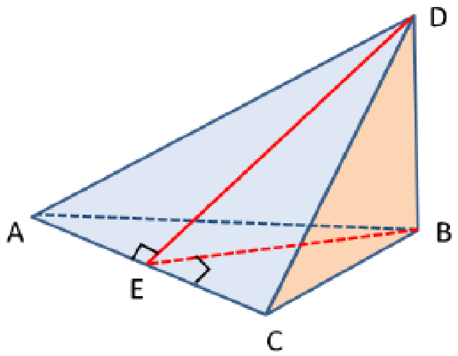


حاول أن تحل (1) ص 140..

في شبه المكعب المقابل أثبت أن الزاوية GBCهي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية للمستويين $(ABCD)$. $(ABGH)$ ثم أوجدي قياسها .

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
-------------------------------------	/ / 201م		
الموضوع	(10-4) ت / الزاوية الزوجية		

صـ 140
مثال (2)



في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC،
$DB=5cm$, $AB=10cm$, $m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$
$\overline{BD} \perp (ABC)$ ، $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

أوجد : (a) BE , DE
(b) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

البرهان

$\because \overline{BE} \perp \overline{AC} \Rightarrow \therefore m(\hat{BEA}) = \frac{\pi}{2}$

$\because m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$

AEB مثلث ثلاثيني - ستيني

$BE = \frac{1}{2} AB = 5 \text{ cm}$

$\overleftrightarrow{DB} \perp (ABC)$, $\overleftrightarrow{BE} \subset (ABC)$

$\therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$

المثلث DBE قائم في $\hat{B}$ ، و متطابق الضلعين

$DE = \sqrt{2} \cdot BE = 5\sqrt{2}$ cm

البرهان

$\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ في المستوى BAC

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ في المستوى DAC

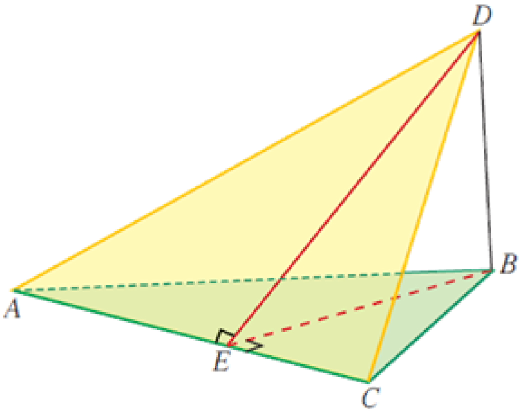
$\therefore$ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\hat{BED}$

$\because$ المثلث DBE قائم الزاوية في $\hat{B}$ و متطابق الضلعين

$\because m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{4}$

قياس الزاوية الزوجية $= \frac{\pi}{4}$

حاول أن تحل (2) صفحة 141..



في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC

$DB = 5cm \ , AB = 10\ cm \ , m(BAC) = 45$

$BD \perp (ABC), \quad BE \perp AC \ , DE \perp AC$

أوجدي قياس الزاوية بين المستويين $(DAC), (BAC)$

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	--
		ت / الزاوية الزوجية (4-10)	الموضوع

صـ 142
مثال (3)

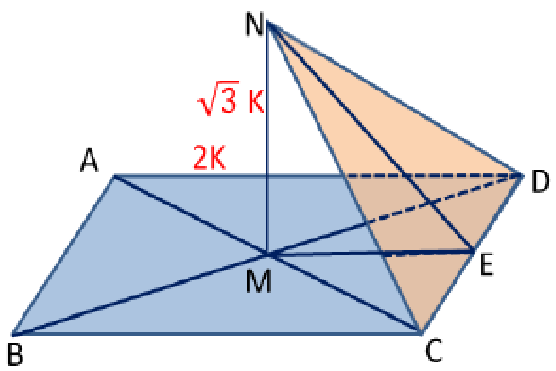
$ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، و فيه AD= 2K
أقيم $\overline{NM}$ عموداً على (ABCD) حيث N خارج مستواه بحيث
$MN = \sqrt{3}$ K أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD

المعطيات

$ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M

AD= 2K   MN= $\sqrt{3}$ K

$\overline{MN} \perp (ABCD)$



المطلوب

أوجد قياس الزاوية الزوجية
بين المستويين $ABCD$, NCD

العمل
نرسم $\overline{ME}$ حيث E منتصف $\overline{CD}$

البرهان $\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين $ABCD,NCD$

$\overline{MN} \perp (ABCD)$, $\overline{CD} \subset (ABCD)$

$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD} \longrightarrow (1)$

في المثلث CDM المتطابق الضلعين

$\because$ E منتصف $\overline{CD}$

$\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD} \longrightarrow (2)$

من (1) , (2) نجد أن $\overline{CD} \perp (MNE)$, $\overline{NE} \subset (MNE)$

$\therefore \overline{NE} \perp \overline{CD}$

$\therefore$ $M\hat{E}N$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{CD}$

في المثلث BCD : M منتصف $\overline{BD}$ ، E منتصف $\overline{CD}$

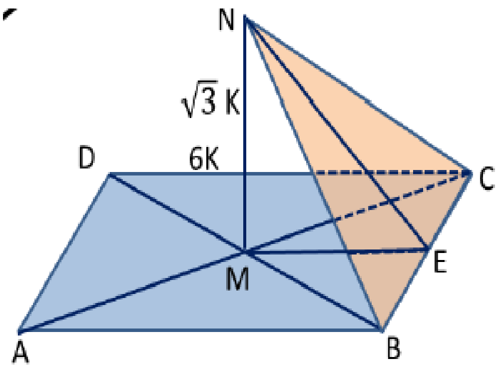
$\therefore ME = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \cdot 2K = K$

في المثلث MEN القائم في M

$\tan(M\hat{E}N) = \frac{MN}{ME} = \frac{\sqrt{3}K}{K} = \sqrt{3}$

$m(M\hat{E}N) = 60^\circ$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD هو 60°



حاول أن تحل (3) صفحة 142..

$ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، وفيه $AB=6K$
أقيم NM عمدا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه بحيث

$$MN = \sqrt{3}K$$

أوجدي قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NBC

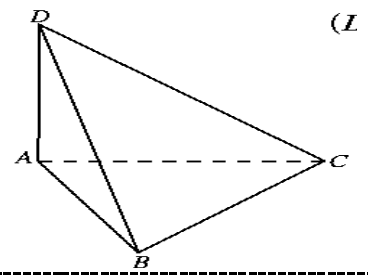
الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	--
(4-10) ت / الزاوية الزوجية			الموضوع

كراسة التمارين ص57

(2) ABC مثلث متطابق الأضلاع.

$\overleftrightarrow{AD}$ متعامد مع المستوي ABC

أوجد قياس الزاوية الزوجية $(DAB, \overrightarrow{DA}, DAC)$



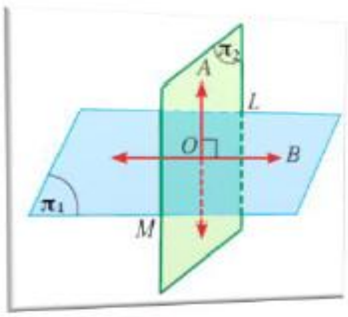
(4) $MABC$ هرم ثلاثي رأسه M وقاعدته مثلث متطابق الأضلاع ABC،

طول ضلعه 10 cm، إذا كان $m(\widehat{MAB}) = m(\widehat{MAC}) = 90°$، $MA = 5\text{ cm}$، D منتصف $\overline{BC}$

(a) أثبت أن: $\overline{BC} \perp (MAD)$

(b) أوجد قياس الزاوية الزوجية بين (MBC)، (ABC)

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	--
المستويـــات المتعامـــــــدة (10-5)			الموضوع



المستويات المتعامدة يكون المستويان متعامدان إذا كانت الزاوية المستوية بينهما زاوية قائمة

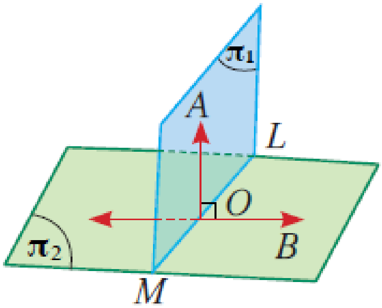
أى أن قياس الزاوية الزوجية بين المستويين 90°

في المستوي π_1 : $\overleftrightarrow{OB} \perp \overleftrightarrow{LM}$

في المستوي π_2 : $\overleftrightarrow{OA} \perp \overleftrightarrow{LM}$

$\therefore \overleftrightarrow{OB} \perp \overleftrightarrow{OA}$ أي أن المستويين متعامدان

نظرية (10)

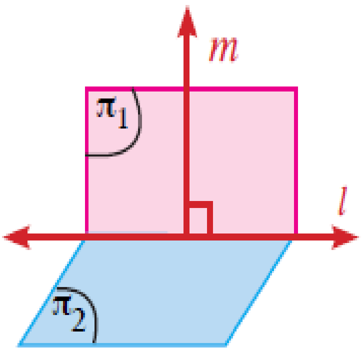


إذا كان مستقيم عموديا على مستو ، فكل مستو يمر بذلك المستقيم يكون عموديا على المستوي

$\overleftrightarrow{OA} \perp \pi_1 \;,\; \overleftrightarrow{OA} \perp \pi_2$

$\Longrightarrow \pi_1 \perp \pi_2$

نتيجة (3)



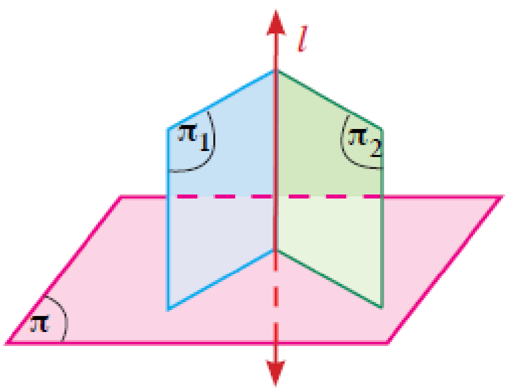
إذا تعامد مستويان و رسم في أحدهما مستقيم عمودي على خط تقاطعهما فإنه يكون عموديا على المستوي الأخر

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{\ell} \;,\; \pi_1 \perp \pi_2$

$\overleftrightarrow{\ell} \perp \overleftrightarrow{m} \;,\; \overleftrightarrow{m} \subset \pi_1$

$\Longrightarrow \overleftrightarrow{m} \perp \pi_2$

نتيجة (4)

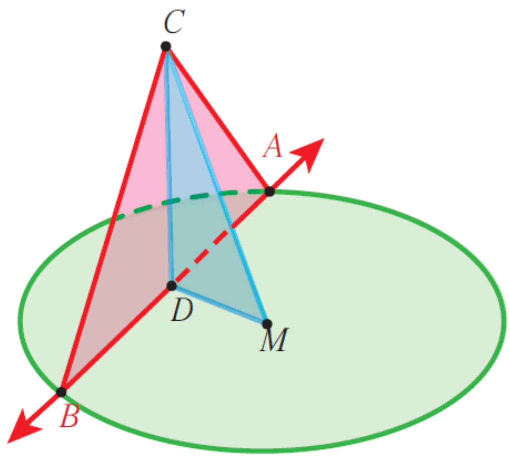


إذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودي على مستو ثالث فإن خط تقاطع المستويين يكون عموديا على هذا المستوي الثالث

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{\ell} \;,\; \pi_2 \perp \pi \;,\; \pi_1 \perp \pi$

$\Longrightarrow \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi$

صـ 144
مثال (1)



في الشكل المقابل :

C نقطة خارج مستوى الدائرة التي مركزها M ، D منتصف $\overline{AB}$ ، ABC مثلث فيه CA = CB. إذا كان $DM = DC = 5cm\ ,\ MC = \sqrt{50}\ cm$

أثبت ان (a) $\overleftrightarrow{MC} \perp \overleftrightarrow{AB}$

(b) مستوي الدائرة $\perp$ (ACB)

المعطيات

$\overline{AB}$ وتر في الدائرة ، D منتصف $\overline{AB}$ ،

ABC مثلث فيه CA = CB ،

$DM = DC = 5cm\ ,\ MC = \sqrt{50}\ cm$

المطلوب

(a) $\overleftrightarrow{MC} \perp \overleftrightarrow{AB}$

(b) مستوي الدائرة $\perp$ (ACB)

البرهان

في المثلث ABC متطابق الضلعين

$\because$ D منتصف $\overline{AB}$

$\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB} \longrightarrow (1)$

في مستوي الدائرة

$\because$ D منتصف $\overline{AB}$ ، M مركز الدائرة

$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB} \longrightarrow (2)$

من (1) ، (2) نجد أن $\therefore \overleftrightarrow{AB} \perp (CDM)$

$\therefore \overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{MC}$

(b) مستوي الدائرة $\perp$ (ACB)

البرهان

$\because \overline{CD} \perp \overline{AB} \longrightarrow (1)$

$$(CM)^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$$

$$(CD)^2 + (DM)^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

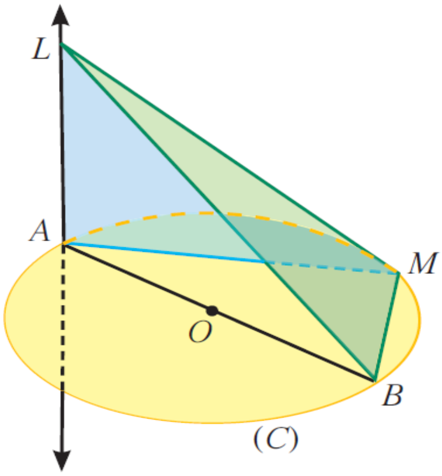
$\because \overline{CD} \perp \overline{DM} \longrightarrow (2)$

$\therefore$ المثلث CDM قائم الزاوية في D

من (1) ، (2) نجد أن : $\overline{CD} \perp$ *مستوي الدائرة*

$\because \overleftrightarrow{CD} \subset (ACB)$

$\therefore$ مستوي الدائرة $\perp$ (ACB)



حاول أن تحل (1)صفحة 145..

في الشكل المقابل، C دائرة مركزها O، $\overline{AB}$ قطر.

M نقطة تنتمي إلى الدائرة.

$\overleftrightarrow{LA}$ متعامد مع مستوي الدائرة.

أثبت أن:

a $\overline{BM} \perp (LAM)$

b $(LBM) \perp (LAM)$

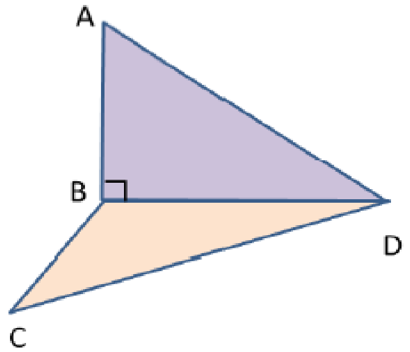
الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		201م / /	--
		(5-10) ت / المستويــات المتعـــامـدة	الموضوع

صـ 145 مثال (2)

A,B,C,D أربع نقاط ليست مستوية معا . إذا كان $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$
و كان $(AD)^2=(AB)^2+(BC)^2+(CD)^2$

أثبت ان (a) $\overline{BC} \perp \overline{DC}$

(b) $(ABD) \perp (CBD)$



البرهان (a) إثبات أن $\overline{BC} \perp \overline{DC}$

$\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD) \longrightarrow \overline{BD} \subset (BCD)$

$\therefore \overline{AB} \perp \overline{BD}$

$\therefore$ ABD مثلث قائم الزاوية في B ومنه

(1) $\longrightarrow (AD)^2=(AB)^2+(BD)^2$

معطى (2) $\longrightarrow (AD)^2=(AB)^2+(BC)^2+(CD)^2$

من (1) , (2) نجد أن : $(BD)^2=(BC)^2+(CD)^2$

$\therefore$ BDC مثلث قائم الزاوية في $\hat{C}$ عكس فيثاغورث

$\therefore \overline{BC} \perp \overline{DC}$

(b) إثبات أن $(ABD) \perp (CBD)$

$\because \overline{AB} \subset (ABD)$ معطى $\because \overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$

$\therefore (ABD) \perp (CBD)$

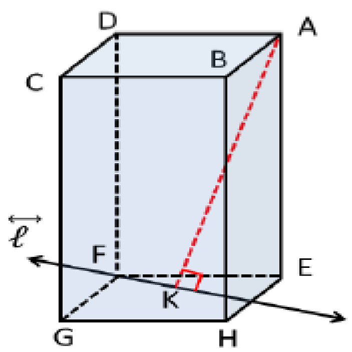
حاول أن تحل (2) صفحة 146

في شبه المكعب $ABCDEFGH$ المقابل :

$\overleftrightarrow{\ell}$ مستقيم في $(EFGH)$ يمر في F ، $\overleftrightarrow{AK} \perp \overleftrightarrow{\ell}$

أثبت ان (a) $\overline{EK} \perp \overleftrightarrow{\ell}$

(b) $(FDK) \perp (AE$



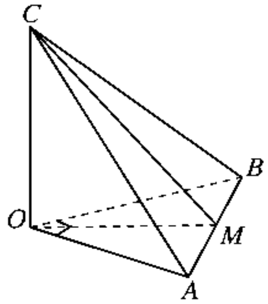
(1) OAB مثلث قائم في $\widehat{O}$، $OA = OB = 1$

$\overrightarrow{OC}$ متعامد مع المستوي OAB، $OC = 1$،

M منتصف $\overline{AB}$

(a) أثبت أن المستوي COM متعامد مع المستوي OAB

(b) أثبت أن المستوي COM متعامد مع المستوي CAB



(3) $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه a:

(a) أثبت أن: $(ABCD) \perp (FBCG)$

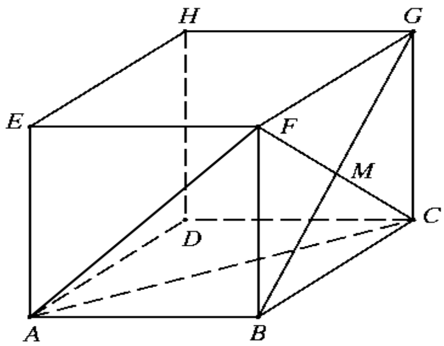
(b) أثبت أن المثلث ACF متطابق الأضلاع.

(c) M نقطة تقاطع $\overline{FC}$ ،$\overline{BG}$،

أثبت أن: $\overleftrightarrow{AM} \perp \overleftrightarrow{FC}$

(d) أثبت أن: $(BCGF) \perp (ABG)$

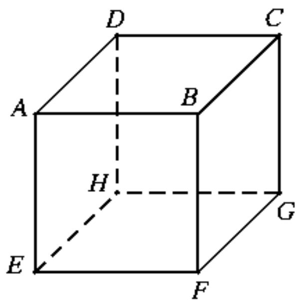
(e) أثبت أن: $(ABG) \perp \overleftrightarrow{FC}$



تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$ABCDEFGH$ مكعّب.



(1) المستقيمان AB ، HG يعينان مستويًا. (a) (b)

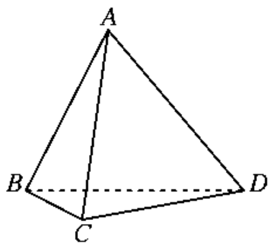
(2) النقاط B, D, H, F تعيّن مستويًا. (a) (b)

(3) النقاط A, B, G, C تعيّن مستويًا. (a) (b)

(4) المستقيمان GC ، EF يعينان مستويًا. (a) (b)

(5) المستقيمان BC ، AB يعينان مستويًا. (a) (b)

في التمارين (6–9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

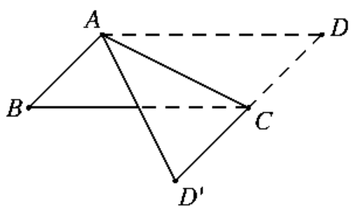


(6) النقاط B, C, D تعيّن:

(a) مستويًا واحدًا (b) مستويين اثنين

(c) عدد لا منته من المستويات (d) لا يمكن أن تعيّن مستويًا

(7) $ABCD$ متوازي أضلاع. إذا تمّ طيّه على طول $\overline{AC}$ دون أن ينطبق القسمان على بعضهما يتعين:



(a) مستوٍ واحدٍ (b) مستويان

(c) ثلاثة مستويات (d) أربعة مستويات

(8) منشور قائم خماسي القاعدة يعيّن:

(a) خمسة مستويات (b) ستة مستويات

(c) سبعة مستويات (d) ثمانية مستويات

(9) الأسطوانة تعيّن:

(a) صفر مستوٍ (b) مستوٍ واحد

(c) مستويين اثنين (d) ثلاثة مستويات

بند 2-10

في التمارين (5—1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) يكون المستويان متوازيين إذا اشتركا في نقطة واحدة على الأقل. (a) (b)

(2) إذا وازى مستقيم مستويًا فإنهما لا يشتركان في أي نقطة من نقاطهما. (a) (b)

(3) إذا وازى مستقيم l مستوي π فإن $\overleftrightarrow{l}$ يوازي مستقيمًا وحيدًا في π (a) (b)

(4) إذا كان: $\overleftrightarrow{m} \parallel \pi$, $\overleftrightarrow{l} \parallel \pi$ فإن $\overleftrightarrow{l} \parallel \overleftrightarrow{m}$ (a) (b)

(5) إذا توازى مستقيمان ومرّ بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلًّا من هذين المستقيمين. (a) (b)

في التمارين (8—6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا توازى مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطّي التقاطع:

(a) متقاطعان (b) متخالفان

(c) متوازيان (d) متعامدان

(7) إذا كان $\pi_1 \parallel \pi_2$ ، $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_2$ فإن:

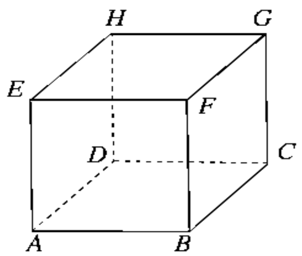
(b) $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ (a) $\overleftrightarrow{l} \parallel \overleftrightarrow{m}$

(d) $\overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \phi$ (c) $\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{m}$ متخالفان

(8) في المكعّب $ABCDEFGH$، $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{EG}$ هما:

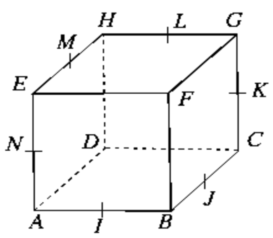
(a) متوازيان (b) متقاطعان

(c) متخالفان (d) يحويهما مستوٍ واحد



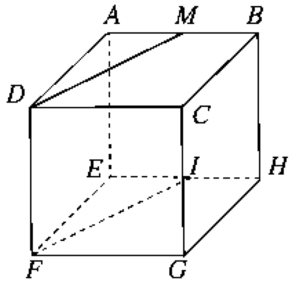
في التمارين (12—9)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين من القائمة (1) للحصول على إجابة صحيحة.

في المكعب المقابل I, J, K, L, M, N منتصفات $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HE}$, $\overline{EA}$ على الترتيب.



القائمة (2)	القائمة (1)
(a) (MNK) (b) (NBC) (c) (AFC)	(9) $\overleftrightarrow{EK} \parallel$ (10) $\overleftrightarrow{ML} \parallel$

القائمة (2)	القائمة (1)
(a) (MNC) (b) (HFG) (c) (LMN)	(11) $(IJK) \parallel$ (12) $(JKE) \parallel$



في التمارين (7–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

أسئلة التمرينين (2–1)، على الشكل المقابل حيث $ABCDEFGH$ مكعّب،
النقطة M منتصف $\overline{AB}$، I منتصف $\overline{EH}$.

(1) $\overleftrightarrow{MI} \perp (EFGH)$ (a) (b)

(2) $\overleftrightarrow{MD} \perp (BCGH)$ (a) (b)

(3) إذا كان $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة جميع أحرفه متطابقة فإن: $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ (a) (b)

(4) المستويان العمودان على ثالث متوازيان. (a) (b)

(5) إذا كان $\overleftrightarrow{m} \subset \pi$, $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} \subset \pi$ (a) (b)

(6) إذا كان المستقيمان l , m متخالفان وكان $\overleftrightarrow{n} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{n}$ (a) (b)

(7) إذا كان المستقيمان l , m متخالفان وكان $\overleftrightarrow{n} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l}$, $\overleftrightarrow{n}$ متخالفان. (a) (b)

في التمارين (11–8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كان: $\overleftrightarrow{l} \perp \pi_1$, $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_2$ فإن:

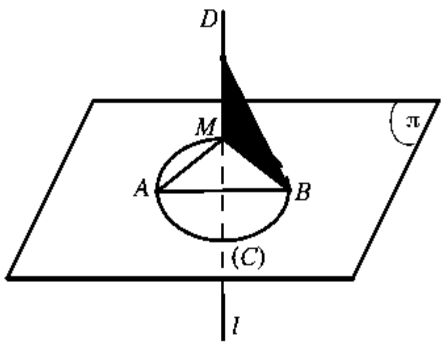
(a) $\pi_1 \parallel \pi_2$ (b) $\pi_1 \perp \pi_2$ (c) $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{l}$ (d) $\pi_1 = \pi_2$

(9) في الشكل المقابل :

إذا كان $\overleftrightarrow{l} \perp (AMB)$، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن:

(a) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$ (b) $\overleftrightarrow{l} \perp (BMD)$

(c) $\overleftrightarrow{AM} \perp (BMD)$ (d) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BM}$



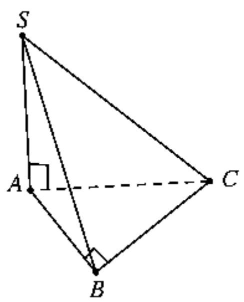
(10) في الشكل المقابل إذا كان $m(\widehat{B}) = 90°$، $\overleftrightarrow{SA} \perp (ABC)$ فإن:

(a) المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$

(b) $\overleftrightarrow{CB} \perp (SAB)$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين.

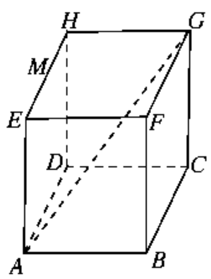
(d) المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$



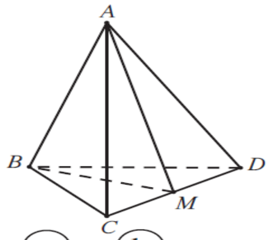
(11) يمثل الشكل المقابل مكعبًا، إذا كان طول حرفه $3\,\text{cm}$ فإن طول قطره AG يساوي:

(a) $\sqrt{3}$ cm (b) $3\sqrt{3}$ cm

(c) 9 cm (d) 18 cm



في التمارين (4—1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.



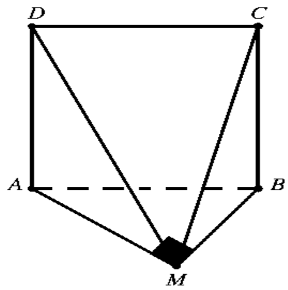
أسئلة التمرينين (2—1)، على الشكل المقابل.

إذا كان $ABCD$ هرم جميع حروفه متساوية الطول، M منتصف $\overline{CD}$

فإن:

(1) $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على $\overleftrightarrow{CD}$ (a) (b)

(2) الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $(BDC\,,\overleftrightarrow{DC}\,,ADC)$ هي $A\widehat{M}D$ (a) (b)



أسئلة التمرينين (4—3)، على الشكل المقابل.

المثلث AMB قائم الزاوية في M، $\overleftrightarrow{AD}$ متعامد مع المستوي AMB

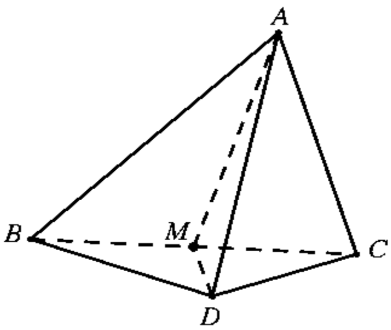
إذا أخذنا النقطة C بحيث يكون $ABCD$ مربعًا.

فإن:

(3) $\overleftrightarrow{BM}$ متعامد مع (MAD) (a) (b)

(4) $\overleftrightarrow{CB}$ متعامد مع (AMB) (a) (b)

في التمارين (10—5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.



أسئلة التمارين (7—5)، على الشكل المقابل. حيث إن:

M منتصف $\overline{BC}$

ABC، DBC مثلثان لهما ضلع مشترك $\overline{BC}$ حيث $BC = x$

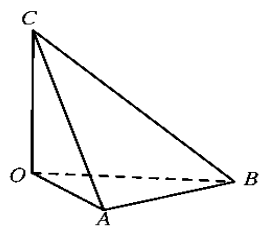
وهما متطابقا الأضلاع ولا يحويهما مستو واحد.

(5) الزاوية الزوجية $(BAC\,,\overleftrightarrow{BC}\,,BCD)$ هي:

(a) $A\widehat{M}D$ (b) $B\widehat{M}C$ (c) $A\widehat{M}B$ (d) $B\widehat{A}M$

(6) إذا كان: $m(A\widehat{M}D) = 60°$ فقيمة AD بدلالة x هي:

(a) $\frac{x}{2}$ (b) $\frac{x\sqrt{2}}{2}$ (c) $x\sqrt{3}$ (d) $\frac{x\sqrt{3}}{2}$



أسئلة التمرينين (9—8) على الشكل المقابل.

إذا كان OAB مثلث فيه:

$OA = x$ ، $OB = 2x$ ، $m(A\widehat{O}B) = 60°$

$\overleftrightarrow{OC}$ متعامد مع المستوي OAB

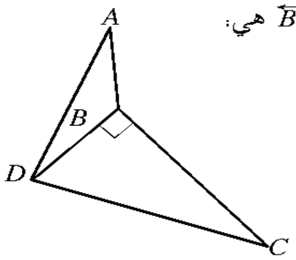
(8) طول $\overline{AB}$ يساوي:

(a) x (b) $x\sqrt{2}$ (c) $x\sqrt{3}$ (d) $\frac{x}{2}$

(9) قياس الزاوية الزوجية $(AOC\,,\overleftrightarrow{OC}\,,BOC)$ هو:

(a) $30°$ (b) $45°$ (c) $60°$ (d) $90°$

(10) في الشكل المقابل، المثلث DBC قائم الزاوية في B،

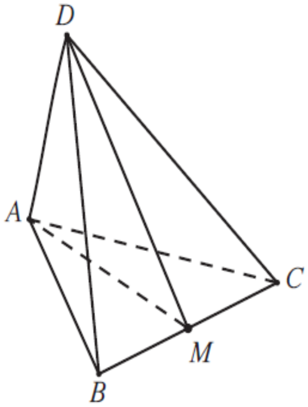


فإذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{BD}$ هي:

(a) $D\widehat{B}C$ (b) $A\widehat{B}C$

(c) $A\widehat{B}D$ (d) $A\widehat{D}C$

المجموعة B تمارين موضوعية



في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

أسئلة التمارين (5–1)، على الشكل المقابل.

إذا كان $\overleftrightarrow{AD}$ متعامد مع (ABC)، $AB = AC$، M منتصف $\overline{BC}$ فإن:

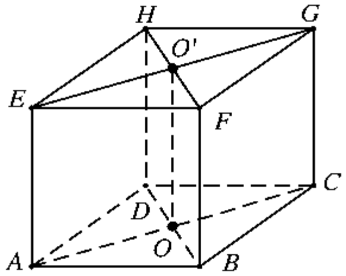
(1) $(ABC) \perp (DAC)$ (a) (b)

(2) $(DBC) \perp (DAC)$ (a) (b)

(3) $(AMD) \perp (ABC)$ (a) (b)

(4) $(AMD) \perp (DBC)$ (a) (b)

(5) $DC = DB$ (a) (b)



في التمارين (10–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

أسئلة التمرينين (7–6)، على الشكل المقابل حيث إن:

$ABCDEFGH$ شبه مكعب فيه:

O مركز المستطيل $ABCD$، O' مركز المستطيل $EFGH$

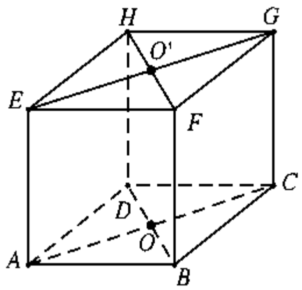
(6) $(EFGH)$، $(FGCB)$ هما:

(a) متعامدان (b) متوازيان (c) متطابقان (d) ليس أيًّا مما سبق

(7) $(DBFH)$، $(ABCD)$ هما:

(a) متوازيان (b) متطابقان (c) متعامدان (d) ليس أيًّا مما سبق

أسئلة التمرينين (9–8)، على الشكل المقابل حيث إن: $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه a.



O مركز المربع $ABCD$، O' مركز المربع $EFGH$

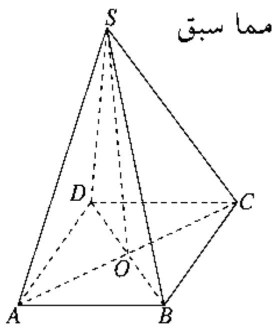
(8) $(EACG)$، $(DHFB)$ هما:

(a) متطابقان (b) متعامدان

(c) متوازيان (d) ليس أيًّا مما سبق

(9) (HGE)، (OAB) هما:

(a) متعامدان (b) متوازيان (c) متطابقان (d) ليس أيًّا مما سبق



(10) $ABCD$ مربع مركزه O، $\overrightarrow{SO} \perp (ABCD)$

(a) $(SAB) \perp (SBC)$ (b) $(SAC) \perp (SBD)$

(c) $(SAB) \parallel (SCD)$ (d) $(SAD) \perp (ABCD)$

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	------------------------------------
		(11-1) مبدأ العد والتباديـــــــل والتوافيـــــــق	الموضوع

مبدأ العد Counting Principle

لإجراء عملية على عدد من المراحل المتتابعة، كما يلي:

المرحلة الأولى بـ r_1 طريقة مختلفة،

المرحلة الثانية بـ r_2 طريقة مختلفة،

المرحلة الثالثة بـ r_3 طريقة مختلفة،

.....وهكذا حتى المرحلة S بـ r_n طريقة مختلفة

فإن عدد طرائق إجراء هذه العملية هو: $r_1 \times r_2 \times r_3 \times ... \times r_n$

مثال (1)

لتكن: $A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

تم تكوين أعداد ذات ثلاثة منازل باستخدام عناصر A

أوجد:

a عدد الأعداد الممكن تكوينها.

b عدد الأعداد مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

c عدد الأعداد الفردية مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

عدد الأعداد الزوجية الممكن تكوينها.

عدد الأعداد الزوجية المختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

قانون التباديل Law of Permutations

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)$$

حيث: $n \in \mathbb{Z}^+ \ , r \in \mathbb{N} , n \geq r$

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

حيث: $n \in \mathbb{Z}^+ \ , r \in \mathbb{N} , n \geq r$

$${}_nP_0 = 1 , \ {}_nP_n = n! \ , \ {}_nP_1 = n$$

حاول أن تحل

- ما عدد الطرائق المختلفة لوصول اليخوت الثلاثة الأوائل إذا اشترك في السباق 10 يخوت؟

حاول أن تحل

- حل المعادلات التالية:

(a) ${}_nP_7 = 12 \times {}_nP_5$

(b) ${}_8P_r = 4 \times {}_8P_{r-1}$

حلّ المعادلات التالية:

ج $\frac{{}_{2n}P_{n+2}}{{}_{2n}P_{n-1}} = 60$

$\frac{{}_{n}P_{n-2}}{{}_{n}P_{n-4}} = \frac{n^2}{12}$

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	-------------------------------
		التوافيـــــــق (1-11)	الموضوع

Law of Combinations

قانون التوافيق

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$$

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

حيث: $n \in \mathbb{Z}^+ \, , \, r \in \mathbb{N} \, , \, n \geq r$

$${}_nC_0 = 1 \; , \; {}_nC_1 = n \; , \; {}_nC_n = 1$$

في مكتبة المدرسة 15 كتابًا مختلفًا من مجموعة روايات التاريخ الإسلامي.
بكم طريقة يمكنك اختيار 4 كتب منها للمطالعة؟

ترشح 10 طلاب لتمثيل القسم العلمي من مدرستك. يجري اختيار الممثلين الثلاثة بالاقتراع السري.
يمكنك اختيار ثلاثة طلاب أو أقل. بكم طريقة مختلفة يمكنك أن تقترع؟

$$_{n}C_{m} = {}_{n}C_{n-m}$$

$$_{n}C_{m} = {}_{n-1}C_{m} + {}_{n-1}C_{m-1}$$

حاول أن تحل

10 أوجد قيمة n في كلٍّ مما يلي:

a $_{n}C_{2} = 105$

b $_{n}C_{4} = {}_{n}C_{5}$

$$\frac{_{n}C_{7}}{_{(n-1)}C_{6}} = \frac{8}{7}$$

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	-------------------------------------
		نظرية ذات الحدين (11-2)	الموضوع

نظرية ذات الحدين

لأي عدد صحيح موجب n،

$$(x+y)^n = {}_nC_0x^n + {}_nC_1x^{n-1}y + {}_nC_2x^{n-2}y^2 + \ldots\ldots + {}_nC_rx^{n-r}y^r + \ldots\ldots + {}_nC_{n-1}xy^{n-1} + {}_nC_ny^n$$

$$T_{r+1} = {}_nC_r \times x^{n-r} \times y^r$$

استخدم نظرية ذات الحدين لفك كل من:

a) $(x+y)^5$ b) $(x-3)^6$ c) $(x^2+3y)^4$

في مفكوك: $(2x-3y^2)^{10}$ أوجد الحدّ السابع.

حاول أن تحل

2 في مفكوك: $(3x^2-y)^{15}$ أوجد معامل T_{12}

حاول أن تحل

3 أوجد الحد الذي يحتوي على x^2y^3 في مفكوك $(3x-y)^5$

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	--
		(3-11) الاحتمـــــــــــــال	الموضوع

التجربة العشوائية

هي تجربة لها عدة نواتج مختلفة ممكنة ولكن لا يمكن التأكد مسبقًا من أن أي ناتج منها سوف يتحقق عند إجراء التجربة.

مثال (1)

في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي.

1. اكتب وحدد نوع كل من الأحداث التالية:
   - a) A: ظهور عدد أكبر من 5
   - b) B: ظهور عدد فردي
   - c) C: ظهور عدد زوجي
   - d) D: ظهور عدد أصغر من 7
2.
   - a) أثبت أن B, C حدثان متتامان.
   - b) بيّن فيما إذا كان الحدثان C, D متنافيان أم لا.

الاحتمال Probability

إذا كانت جميع نواتج التجربة العشوائية لها فرصة الظهور نفسها فإن احتمال الحدث هو:

$$P(E) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } E}{\text{عدد نواتج فضاء العينة } S} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

خواص الاحتمال لحدث ما

E حدث في فضاء عينة S منته وغير خالٍ

- **a** $0 \le P(E) \le 1$
- **b** إذا كان E حدثًا مستحيلًا، فإن $P(E) = 0$
- **c** إذا كان E حدثًا مؤكدًا، فإن $P(E) = 1$
- **d** مجموع احتمالات النواتج في فضاء العينة $= 1$

حصل الطلاب: مصطفى، محمد، طه، أحمد، أمين على الدرجة النهائية العظمى في اختبار الرياضيات وأراد مدير المدرسة اختيار 3 منهم لتمثيل المدرسة في مسابقة ثقافية.

ما احتمال اختيار «محمد»؟

حاول أن تحل

3 في المثال (3)، اعتذر طه عن المشاركة. فما احتمال اختيار «محمد»؟

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	-------------------------------------

(3-11) ت / الاحتمــــــــــال	الموضوع

إذا كان A، B حدثان فإن	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
إذا كان A، B حدثان متنافيان، فإن	$P(A \cap B) = 0$
إذا كان A، B حدثان مستقلان، فإن	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
إذا كان $\overline{A}$ هو الحدث المتمم للحدث A فإن	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

حوالى 53% من طلاب إحدى الجامعات عمرهم أصغر من 25 عامًا وحوالى 21% من طلاب هذه الجامعة عمرهم أكبر من 34 عامًا. اختير طالب عشوائيًّا من هذه الجامعة.

a) ما احتمال أن يكون عمر الطالب أصغر من 25 أو أكبر من 34؟

b) ما احتمال أن يكون عمر الطالب 25 عامًا فأكثر؟

كراسة التمارين صـــ 73 رقم 10

(10) رميت حجر نرد. أوجد احتمال كل من الأحداث التالية:

(a) 3 أو عدد فردي.

(b) عدد زوجي أو عدد أصغر من 4

(c) عدد فردي أو عدد أولي.

(d) 4 أو عدد أصغر من 6

رُمي حجر نرد منتظم. فما احتمال الحصول على أحد مضاعفات العدد 3 أو عدد زوجي؟

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	------------------------------------
		(11-3) ت / الاحتمـــــــــــال	الموضوع

كراسة التمارين صــ 73

(7) إذا كان الحدثان r, t متنافيان. أوجد $P(t \cup r)$.

(a) $P(t) = \frac{5}{8}\ ,\ P(r) = \frac{1}{8}$

(b) $P(t) = 12\%\ ,\ P(r) = 27\%$

(8) إذا كان الحدثان n, m مستقلّان. أوجد $P(m \cap n)$.

(a) $P(m) = \frac{1}{4}\ ;\ P(n) = \frac{2}{3}$

(b) $P(m) = 0.6\ ;\ P(n) = 0.9$

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	-------------------------------------
(احتمال ذات الحدين)		(3-11) ت / الاحتمــــــــــــــــال	الموضوع

احتمال ذات الحدين

$$= {}_nC_k m^k (1-m)^{n-k}$$

خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي: عند شراء كل صنف تحصل على بطاقة. تفوز 40% من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الرابحة بشكل عشوائي. مع راشد 3 بطاقات. ما احتمال أن يفوز راشد بجائزتين؟

كراسة التمارين صــ 73

(11) في إحدى المدن، وافق 40% من السكان على مرور القطار السريع في الغابة قرب مدينتهم. اختير 10 أشخاص عشوائيًا من سكان المدينة، فما احتمال أن يكون 4 منهم قد وافقوا على مرور القطار السريع؟

----

(12) يستخدم حوالى 11% من الطلاب اليد اليسرى للكتابة. يوجد في أحد الصفوف 30 طالبًا. فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة؟

بنــــــود موضوعية

بند (11-1)

في التمارين (5—1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) قيمة المقدار $10!$ هي $3\,628\,800$ — (a) (b)

(2) قيمة المقدار $4! \times 5!$ هي 360 — (a) (b)

(3) عدد طرق جلوس 4 أشخاص على 4 مقاعد في صفّ هو $4!$ — (a) (b)

(4) قيمة المقدار $3 \times {}_5C_4$ هي 15 — (a) (b)

(5) $(n-r)! = n! - r!$ — (a) (b)

في التمارين (15—6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) قيمة المقدار $\frac{10!}{7!3!}$ هي:

(a) $\frac{10}{21}$ (b) $\frac{1}{120}$ (c) 120 (d) 1

(7) قيمة المقدار ${}_{10}C_6 \times {}_6P_4$ هي:

(a) 75 600 (b) 7 560 (c) 2.5 (d) 210

(8) قيمة المقدار ${}_9C_2 \times \frac{{}_7C_4}{{}_9C_4}$ هي:

(a) 18 (b) 5.184 (c) 10 (d) 735

(9) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 5 لاعبين لفريق السلة من بين 12 لاعبًا إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهمًّا؟

(a) 95 040 (b) 475 200 (c) 392 (d) 11 404 800

(10) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 3 أعلام من مجموعة من 7 أعلام مختلفة؟

(a) 210 (b) 35 (c) 840 (d) 24

(11) إذا كان هناك طريق واحدة تصل بين كل مدينتين. فما عدد الطرق التي تصل بين 8 مدن.

(a) 20 160 (b) 2 520 (c) 40 320 (d) 5 040

(12) في المخزن 6 بطاريات من ماركات مختلفة، 3 بطاريات جديدة و3 مستخدمة. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار على الأقل بطارية واحدة جديدة من 3 بطاريات؟

(a) 1 (b) 19 (c) 9 (d) 6

(13) بكم طريقة مختلفة يجلس أحمد ومحمد وعلي وجاسم وفهد بشرط تجاور محمد وأحمد؟

(a) $5!$ (b) $4!$ (c) $2! \times 4!$ (d) $2! \times 5!$

(14) إذا كان: ${}_nP_3 = 60$ فإن n تساوي

(a) 6 (b) 5 (c) 4 (d) 2

(15) مجموعة حلّ المعادلة: ${}_6C_r = 15$ هي:

(a) $\{2\}$ (b) $\{4\}$ (c) $\{2, 4\}$ (d) $\{3\}$

بند (2-11)

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مفكوك $(c+1)^5$ هو: $c^5+5c^4+10c^3+10c^2+5c+1$ (a) (b)

(2) إذا كان الحد $126c^4d^5$ أحد حدود مفكوك $(c+d)^n$، فإنّ قيمة n هي 5 (a) (b)

(3) إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(r+x)^n$ هو 7 فإنّ قيمة n هي 7 (a) (b)

(4) الحدّ الثاني من $(x+3)^9$ هو $54x^8$ (a) (b)

(5) معامل الحد السابع في مفكوك $(x-y)^7$ هو عدد سالب. (a) (b)

في التمارين (6–11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة:

(6) مفكوك $(a-b)^3$ هو:

(a) $a^3+a^2b+ab^2+b^3$
(b) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
(c) $a^3-a^2b+ab^2-b^3$
(d) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

(7) الحد الثالث من مفكوك $(a-b)^7$ هو:

(a) $-21a^5b^2$
(b) $-7a^6b$
(c) $7a^6b$
(d) $21a^5b^2$

(8) في مفكوك $(2a-3b)^6$ الحد الذي معامله 160 2 هو:

(a) الحدّ الثاني
(b) الحد الثالث
(c) الحد الرابع
(d) الحد الخامس

(9) معامل الحد الثالث في مفكوك $(3c-4b)^5$ هو:

(a) 5 170
(b) 3 312
(c) 4 320
(d) 2 316

(10) في مفكوك $(x+y)^9$ تكون رتبة الحد: $126x^5y^4$ هي:

(a) الرابعة
(b) الخامسة
(c) السادسة
(d) التاسعة

(11) في مفكوك $(3x+2y)^8$ الحد الذي يحوي x^3y^5 هو:

(a) T_3
(b) T_6
(c) T_5
(d) T_8

في التمارين (1—4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إن اختيار لون السيارة عشوائيًّا، اختيار الدواليب عشوائيًّا هما حدثان مستقلان. (a) (b)

(2) الحدثان m، n مستقلان، $P(m)=\frac{12}{17}$, $P(n)=\frac{3}{8}$ إذًا $P(m\cap n)=\frac{9}{17}$ (a) (b)

(3) عند رمي حجر نرد، فإن احتمال ظهور العدد 4 أو ظهور عدد زوجي يساوي $\frac{1}{2}$ (a) (b)

(4) في اختبار صح — خطأ، أجبت عن 5 أسئلة عشوائيًّا. احتمال أن تكون 3 من إجاباتك صحيحة هو $\frac{5}{16}$ (a) (b)

في التمارين (5—11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) الحدثان m، n مستقلان، $P(m)=\frac{1}{3}$، $P(n)=\frac{9}{10}$ إذًا $P(m\cap n)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{25}{30}$

(c) $\frac{3}{10}$ (d) $\frac{11}{30}$

(6) الحدثان t، r متنافيان $P(t)=\frac{3}{5}$، $P(r)=\frac{1}{3}$ إذًا $P(t\cup r)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{14}{15}$

(c) $\frac{4}{15}$ (d) 0

(7) الحدثان t، r متنافيان $P(t)=\frac{1}{7}$، $P(r)=60\%$ إذًا $P(t\cup r)$ تساوي:

(a) 28% (b) 42%

(c) $\frac{16}{35}$ (d) $\frac{26}{35}$

(8) عند رمي حجر نرد فإن احتمال ظهور عدد زوجي أو عدد أولي يساوي:

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{5}{6}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

(9) يحتوي كيس على 5 كرات من اللون الأزرق، 3 كرات من اللون الأحمر. أخذت عشوائيًّا كرتان معًا من الكيس. احتمال الحدث: «أن تكون كرة حمراء والأخرى كرة زرقاء» هو:

(a) $\frac{1}{14}$ (b) $\frac{28}{15}$

(c) $\frac{2}{7}$ (d) $\frac{15}{28}$

(10) يتوزّع طلاب مدرستين B، A على الصفوف الثلاثة الأخيرة وفق النسب التالية:

الصف / المدرسة	العاشر	الحادي عشر	الثاني عشر
A	37%	35%	28%
B	38%	34%	28%

اختير عشوائيًا طالب من كل مدرسة. احتمال أن يكون طالب من الصف العاشر أو الصف الحادي عشر من المدرسة A وطالب من الصف الثاني عشر من المدرسة B هو:

(a) 20.16% (b) 100%

(c) 0% (d) 79.84%

(11) 90% من القمصان التي تنتجها إحدى الشركات لا عيب فيها. اختار مراقب الجودة 8 قمصان عشوائيًا. احتمال أن يكون 3 قمصان من هذه المجموعة لا عيب فيها هو تقريبًا:

(a) 0.033 (b) 5.9×10^{-4}

(c) 4×10^{-4} (d) 2.955