وزارة التربية

مكتب الوكيل المساعد للتعليم العام

نموذج الإجابة

الفترة الدراسية الثانية

العام الدراسي : 2016 / 2017 م

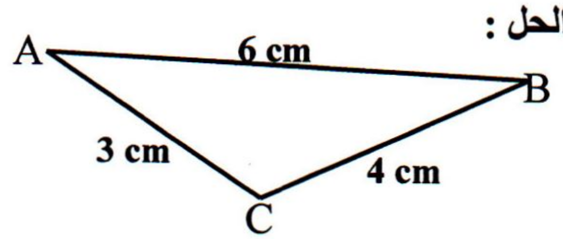
القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 4\text{ cm}$ ، $b = 3\text{ cm}$ ، $c = 6\text{ cm}$ (5 درجات)

الحل :



$\frac{1}{2}$ $$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,bc}$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{9 + 36 - 16}{2(3)(6)}$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{29}{36}$$

$\frac{1}{2}$ $$\alpha \approx 36.3^{\circ}$$

$\frac{1}{2}$ $$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2\,ac}$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{16 + 36 - 9}{2(4)(6)}$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{43}{48}$$

$\frac{1}{2}$ $$\beta \approx 26.4^{\circ}$$

$\frac{1}{2}$ $$\gamma = 180^{\circ} - 26.4^{\circ} - 36.3^{\circ}$$

$\frac{1}{2}$ $$\approx 117.3^{\circ}$$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كان : $z_1 = -2 + 2i$ ، $z_2 = 1 - i$ **(9 درجات)**

(1) ضع z_1 في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة : $2z + \overline{z_1} = 3i\,(z_2)^2$

الحل :

(1) $z_1 = -2 + 2i$

$x = -2$ ، $y = 2$

$r = |z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ (1)

نفرض أن α زاوية الإسناد

$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = |-1| = 1$ (1)

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$ ($\frac{1}{2}$)

$x < 0$ ، $y > 0$

$\therefore$ θ تقع في الربع الثاني ($\frac{1}{2}$)

$\theta = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$ ($\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$)

الصورة المثلثية هي : $z_1 = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ (1)

(2) $2z + \overline{z_1} = 3i\,(z_2)^2$

$2z + (\overline{-2 + 2i}) = 3i\,(1 - i)^2$ ($\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$)

$2z + -2 - 2i = 3i\,(1 - 2i - 1)$ ($\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$)

$2z + -2 - 2i = 3i\,(-2i)$

$2z + -2 - 2i = -6i^2$ ($\frac{1}{2}$)

$2z + -2 - 2i = 6$ ($\frac{1}{2}$)

$2z = 6 + 2 + 2i = 8 + 2i$ ($\frac{1}{2}$)

$z = 4 + i$ ($\frac{1}{2}$)

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة المثلث ABC حيث **(6 درجات)**

$a = 23$ cm ، $b = 19$ cm ، $c = 12$ cm مستخدماً قاعدة هيرون

الحل :

$\frac{1}{2}$ $$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

1 $$= \frac{1}{2}(23 + 19 + 12)$$

$$= \frac{1}{2}(54)$$

$\frac{1}{2}$ $$= 27$$

1 $$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

1 $$= \sqrt{27(27-23)(27-19)(27-12)}$$

1 $$= \sqrt{(27)(4)(8)(15)}$$

$$= \sqrt{12960}$$

1 $$= 36\sqrt{10} \text{ cm}^2$$

$$\text{Area} \approx 113.84 \text{ cm}^2$$

∴ مساحة المثلث ABC = 113.84 cm^2 تقريباً

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{24}{25}$ حيث α ، β زاويتين حادتين **(8 درجات)**

أوجد كلاً مما يلي :

$(1)\quad \cos(\alpha - \beta) \qquad\qquad (2)\quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$

الحل :

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\frac{1}{2}$ $\cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$

$\frac{1}{2}$ $\cos^2\alpha = \frac{16}{25} \longrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}$ α زاوية حادة $\quad \therefore \cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\beta = 1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\beta = \frac{49}{625} \qquad \sin\beta = \pm\frac{7}{25}$

$\frac{1}{2}$ β زاوية حادة $\quad \therefore \sin\beta = \frac{7}{25}$

1 $(1)\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

1 $= \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{24}{25}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{7}{25}\right)$

1 $= \frac{117}{125}$

1 $(2)\quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \cos\beta$

1 $= \frac{24}{25}$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) حل المعادلة : $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ **(4 درجات)**

الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$\sin \alpha = |\sin x|$ $\frac{1}{2}$

$= \left|\frac{-\sqrt{3}}{2}\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1}{2}$

$\alpha = \frac{\pi}{3}$ $\frac{1}{2}$

$\because \quad \sin x < 0$

$\therefore$ x **تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع** $\frac{1}{2}$

عندما x تقع في الربع الثالث :

$x = (\pi + \frac{\pi}{3}) + 2k\pi \quad , \quad k \in z$ $\frac{1}{2}$

$= \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$ $\frac{1}{2}$

عندما x تقع في الربع الرابع :

$x = (2\pi - \frac{\pi}{3}) + 2k\pi \quad , \quad k \in z$ $\frac{1}{2}$

$= \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$ $\frac{1}{2}$

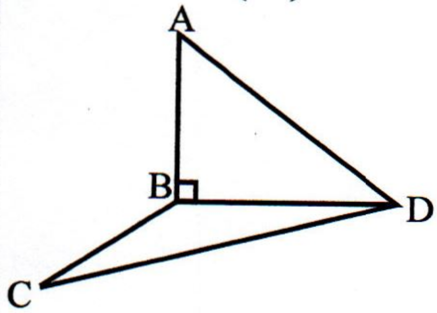
تابع السؤال الثالث :

(b) A , B , C , D أربع نقاط ليست مستوية معاً ، إذا كان $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$ (10 درجات)

وكان $(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2$

أثبت أن : (1) $\overline{BC} \perp \overline{DC}$ (2) $(ABD) \perp (CBD)$

الحل :



1 $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$

1 $\overleftrightarrow{BD} \subset (BCD)$

1 $\therefore \overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$

∴ ABD مثلث قائم الزاوية في $\hat{B}$ ومنه :

1 $(AD)^2 = (AB)^2 + (BD)^2$ .... (1)

1 $(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2$ .... (2)

من (1) ، (2) نجد أن :

2 $(BD)^2 = (BC)^2 + (CD)^2$

∴ BDC مثلث قائم الزاوية في $\hat{C}$ (عكس نظرية فياغورث) ومنه :

1 $\therefore \overline{BC} \perp \overline{DC}$

--- $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$ (معطى)

1 $\overleftrightarrow{AB} \subset (ABD)$

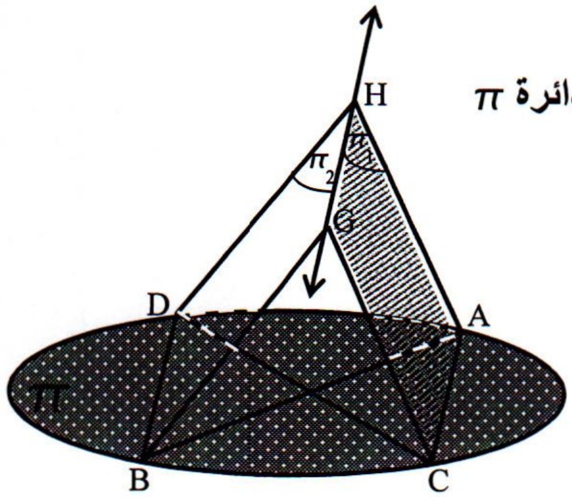
1 $\therefore (ABD) \perp (CBD)$ (نظرية)

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π (7 درجات)

$\overleftrightarrow{GH} = \pi_2 \cap \pi_1$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

الحل :



$\frac{1}{2}$ $\because$ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ الشكل ABCD مستطيل

1 $\therefore$ $\overline{AC} \,//\, \overline{DB}$ .... (1)

$\frac{1}{2}$ $\overline{AC} \subset \pi_1$, $\overline{DB} \subset \pi_2$

1 $\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH}$ .... (2)

1 من (1) ، (2) $\therefore$ $\overleftrightarrow{GH} \,//\, \overleftrightarrow{AC} \,//\, \overleftrightarrow{DB}$

1 $\because$ $\overleftrightarrow{GH} \,//\, \overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

1 $\therefore$ $\overleftrightarrow{GH} \,//\, \pi$

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

(b) أوجد الحد الذي يحتوي على $x^3 y^4$ في مفكوك $(2x + 3y)^7$ (7 درجات)

الحل:

1 الحد الذي رتبته $r + 1$ هو : $T_{r+1} = {}_nC_r \, . \, x^{n-r} \, . \, y^r$

$\frac{1}{2}$ في مفكوك كثيرة الحدود $(2x + 3y)^7$, $n = 7$

$\frac{1}{2}$ $\because$ أس y يساوي 4 $\therefore$ $r = 4$

2 $T_5 = {}_7C_4 \, . \, (2x)^3 . \, (3y)^4$

1 $= (35)\, 2^3 x^3 . \, 3^4 y^4$

1 $= (35)(8)(81)\, x^3 y^4$

1 $= 22680\, x^3 y^4$

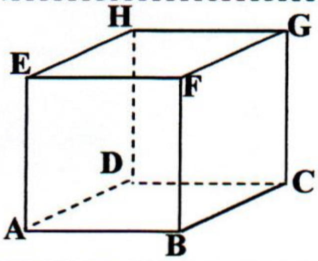
ثانيا: البنود الموضوعية(14 درجة)

أولا: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل ⓐ **إذا كانت العبارة صحيحة**

ⓑ **إذا كانت العبارة خاطئة .**

---

(1) الصورة الجبرية للعدد : $3 + \sqrt{-4}$ **هي :** $3 - 2i$



(2) في الشكل المقابل :إذا كان ABCDEFGH مكعب فإن $\overleftrightarrow{HG}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ **يعينان مستوياً**

ثانيا :في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

---

(3) مجموعة حل : $z^2 - 4z + 20 = 0 \; : \; z \in \mathbb{C}$ **هي :**

ⓐ $\{2 - 4i \;,\; -2 - 4i\}$

ⓑ $\{-2 + 4i \;,\; -2 - 4i\}$

ⓒ $\{2 - 4i \;,\; -2 + 4i\}$

ⓓ $\{2 - 4i \;,\; 2 + 4i\}$

---

(4) معادلة الدالة المثلثية $y = a\cos(bx)$ **حيث السعة 4 و الدورة 6 يمكن أن تكون :**

ⓐ $y = -\frac{1}{4}\cos\left(\frac{x}{3}\right)$

ⓑ $y = -4\cos\left(\frac{3}{\pi}x\right)$

ⓒ $y = -4\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$

ⓓ $y = 4\cos\left(\frac{x}{3}\right)$

---

(5) مثلث قياسات زواياه 70° , 60° , 50° **فإذا كان طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm فإن أطول ضلع يساوي تقريباً :**

ⓐ 11 cm ⓑ 11.5 cm ⓒ 12 cm ⓓ 12.5 cm

---

(6) المقدار : $tan^2 x - sin^2 x$ متطابق مع المقدار :

ⓐ $cot^2 x$ ⓑ $tan^2 x$ ⓒ $cot^2 x \ cos^2 x$ ⓓ $tan^2 x \ sin^2 x$

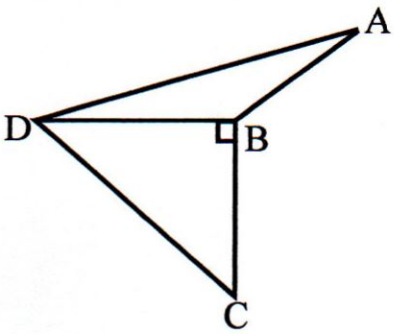
---

(7) $sin(2\theta) =$

ⓐ $cos\,\theta \ sin\,\theta$ ⓑ $sin^2\theta$ ⓒ $cos^2\theta$ ⓓ $2\,cos\,\theta \ sin\,\theta$

---

(8) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B فإذا كان $\overleftrightarrow{AB} \perp (DBC)$ فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{BD}$ هي :



ⓐ $D\hat{B}C$ ⓑ $A\hat{B}C$

ⓒ $A\hat{B}D$ ⓓ $A\hat{D}C$

---

(9) إذا كان $\pi_2 // \pi_1$ ، $\pi_2 \neq \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_2$ فإن :

ⓐ $\overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m}$ ⓑ $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ ⓒ $\overleftrightarrow{l}$ ، $\overleftrightarrow{m}$ متخالفان ⓓ $\overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \phi$

---

(10) عدد طرائق المختلفة التي يمكن اختيار 3 أعلام من مجموعة من 7 أعلام هي :

ⓐ 210 ⓑ 35 ⓒ 840 ⓓ 24

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	●	c	d
(2)	●	b	c	d
(3)	a	b	c	●
(4)	a	b	●	d
(5)	●	b	c	d
(6)	a	b	c	●
(7)	a	b	c	●
(8)	a	●	c	d
(9)	a	b	c	●
(10)	a	●	c	d

14

-البنود [1- 2] لكل بند درجة واحدة فقط

-البنود [3 – 10] لكل بند درجة ونصف