

المضلعات المتشابهة Similar Polygons

المجموعة التمارين الأساسية

(١) إذا كان $\frac{3}{4} = \frac{1}{b}$ ، فأَي من التالي يكون صحيحاً؟ اشرح السبب.

(أ) $24 = 3b$

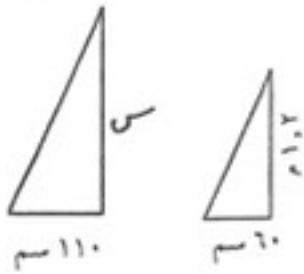
(ب) $13 = 4b$

(ج) $\frac{4}{3} = \frac{1}{b}$

(د) $\frac{4}{3} = \frac{b}{1}$

(هـ) $4 \times 3 = 1b$

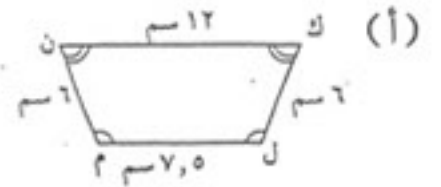
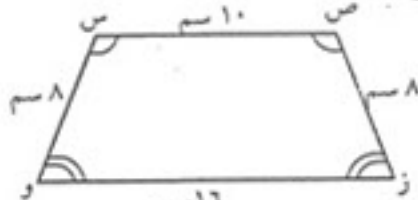
(و) $\frac{4}{b} = \frac{3}{1}$



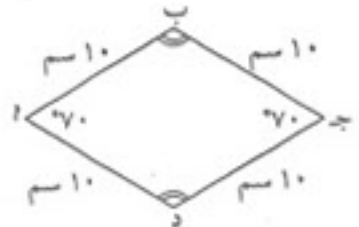
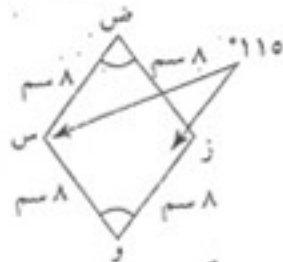
(٢) أراد رجل قياس ارتفاع شجرة. فأخذ عصاً طوله ٢ م ووضعها عمودياً على الأرض مقابل الشجرة، فوجد أن طول ظلها يساوي ٦٠ سم في وقت معين من النهار. إذا كان طول ظل الشجرة في الوقت نفسه يساوي ١١٠ سم، فما هو ارتفاع الشجرة؟

$$\frac{2}{60} = \frac{110}{x} \Rightarrow x = \frac{110 \times 60}{2} = 3300 \text{ سم}$$

(٣) تمارين هندسية: في كل من الأشكال التالية: ابحث تشابه المضلعين، فإذا كان المضلعان متشابهين، اكتب منطق التشابه ونسبة التشابه، وإذا لم يكن المضلعان متشابهين اشرح السبب.

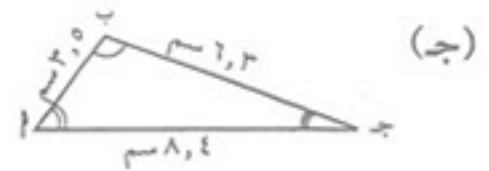
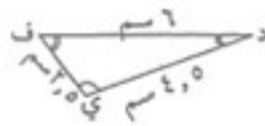


المضلعان متشابهان لأن $\frac{10}{16} = \frac{8}{8} = \frac{6}{6}$ / نسبة التماثل $\frac{5}{8}$



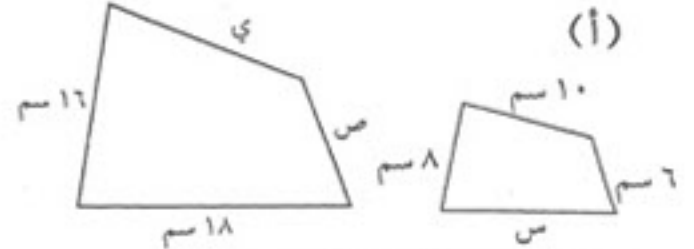
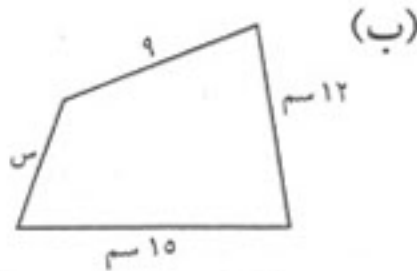
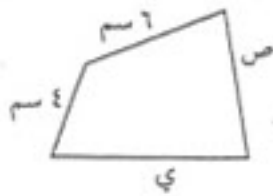
م (ب) $110 = (7 + 8) \times 10 = 110$

المضلعان غير متشابهان



المثلث Δ ج ب ع $\sim$ Δ ا ب د

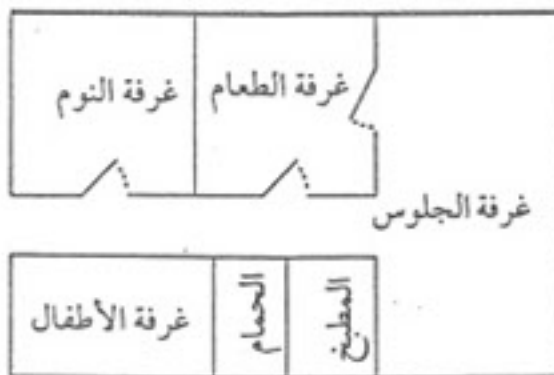
(٤) احسب س، ص، ي في الحالات التالية علماً بأن المثلثان متشابهان:



$$\frac{6}{4} = \frac{4}{4} \quad \frac{9}{12} = \frac{12}{15} \quad \frac{10}{8} = \frac{8}{6}$$

(٥) أوجد الأبعاد الحقيقية لكل من الغرف التالية، مستخدماً الشكل أدناه، علماً بأن كل مستطير واحد على

الرسم يمثل ٢ م، ٤ م. (استخدم المسطرة)



غرفة النوم	٤٨ سم، ٢٨ سم
غرفة الطعام	٤٨ سم، ٤٨ سم
غرفة الجلوس	٩٦ سم، ٤٨ سم
المطبخ	٣٦ سم، ٤٨ سم
الحمام	٣٦ سم، ١٩٢ سم
غرفة الأطفال	٣٦ سم، ٢٨ سم

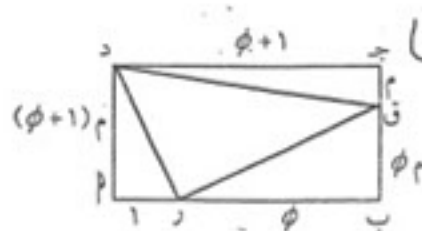
(٦) قاست لولوة أبعاد لوحة فنية معلقة في صالة الاستقبال في منزلها

فتبين لها أن النسبة بين طول اللوحة وعرضها تساوي النسبة الذهبية.

إذا كان عرض اللوحة يساوي ٧٠ سم، فأوجد طول هذه اللوحة: $\frac{1218}{1} = \frac{الطول}{70}$ الطول $113,2$ سم

(٧) أ ب ج د مستطيل أبعاده $\phi + 1$ م، $(\phi + 1)$ م بالس. حيث ϕ هي النسبة الذهبية وتحقق المعادلة: $\frac{\phi + 1}{\phi} = \phi$ ، م عدد صحيح نسبي بين الصفر والواحد.

(أ) أوجد مساحة المثلثات ق ج د، ق ب د، د ا ب. $\frac{1}{2} \times (\phi + 1) \times (\phi + 1) = \frac{1}{2} (\phi + 1)^2$
 (ب) أثبت أن المساحات الثلاث متساوية.



في حالات التلاصق

(٨) عام ٢٠٠٤ في مهرجان بورتسموث في إنكلترا، أطلق فريق كويتي طائرة ورقية على شكل علم الكويت. بلغ طول الطائرة ٤٢ متراً وعرضها ٢٥ متراً. هل المستطيل الذي تكونه الطائرة هو مستطيل ذهبي؟

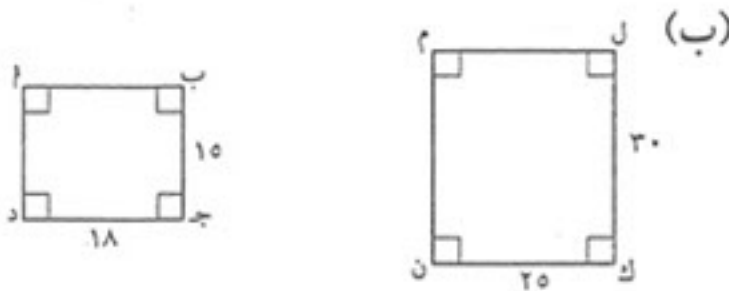
$$\frac{42}{25} = \frac{1,68}{1} \text{ ليس مستطيل ذهبي}$$

المجموعة ٢ تمارين تعريفة

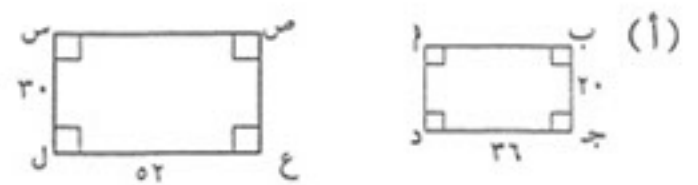
(١) من الأبراج الشهيرة في العالم برج بيزا في إيطاليا، وهو برج مائل يبلغ طوله حوالي ٥٤ مترًا، ويبلغ ارتفاع صورته ٨ سم على بطاقة تذكارية. أوجد نسبة التشابه بين الطول في الصورة والطول الحقيقي.

$$\frac{\text{الطول بالصورة}}{\text{الطول الحقيقي}} = \frac{8}{5400} = \frac{1}{675} \quad \text{سم : ٦٧٥ سم}$$

(٢) تمارين هندسية: في كل من الأشكال التالية: ابحث تشابه المضلعين، فإذا كان المضلعان متشابهين، اكتب منطوق التشابه ونسبة التشابه، وإذا لم يكن المضلعان متشابهين اشرح السبب.



المتطيل ل م ن ك ~ المتطيل ا ب ج د ب
نسبة التشابه $\frac{3}{2}$

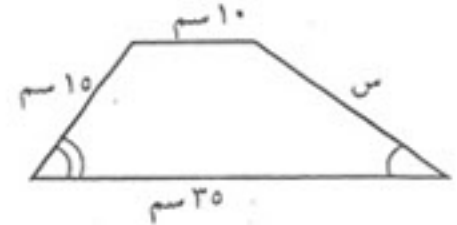
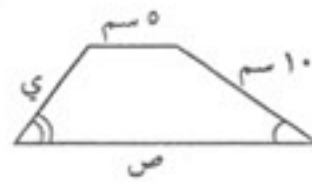


غير متشابهين

$$\frac{30}{20} = \frac{3}{2} \quad \frac{52}{36} = \frac{13}{9} \quad \frac{3}{2} \neq \frac{13}{9}$$

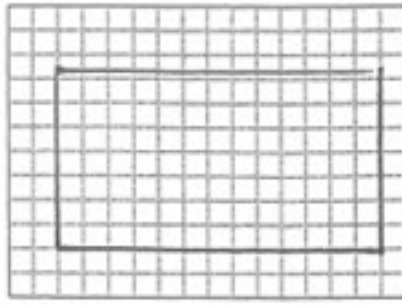
(٣) أحسب س، ص، ي في الحالات التالية علمًا بأن المضلعين متشابهان:

$$\begin{aligned} \frac{10}{5} &= \frac{س}{10} \Rightarrow س = 20 \\ \frac{10}{5} &= \frac{ص}{17.5} \Rightarrow ص = 35 \\ \frac{10}{5} &= \frac{ي}{7.5} \Rightarrow ي = 15 \end{aligned}$$



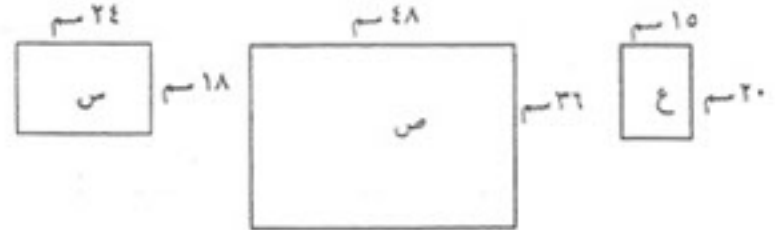
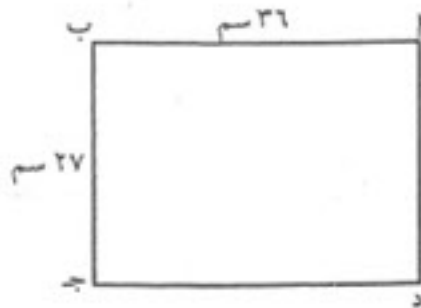
(٤) أراد محل تصوير تكبير بطاقة على شكل مستطيل ٤ سم × ٨ سم بحيث يكون أقصى طول لها ٣٦ سم. ما أكبر عرض للبطاقة المكبرة؟

$$\frac{4}{8} = \frac{س}{36} \Rightarrow س = \frac{36 \times 4}{8} = 18$$

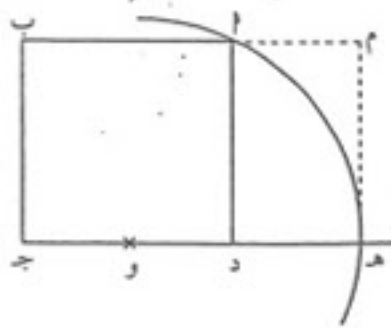


(٥) أبعاد ملعب كرة السلة هي ٢٦٠٠ سم، ١٥٠٠ سم.
اختر مقياس رسم، وارسم شكلاً يمثل ملعب كرة السلة بمقياس الرسم الذي اخترته.
٢١ : ٢٠٠ سم

(٦) أي المستطيلات التالية هو مشابه للمستطيل أ ب ج د؟



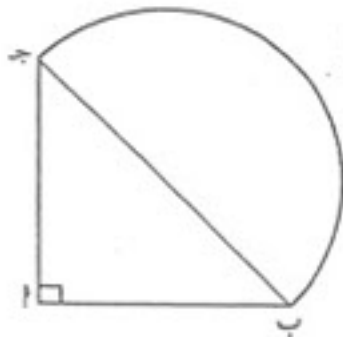
(أ) س فقط
(ب) ص فقط
(د) س، ص، ع
(ج) س، ص فقط



(٧) أ ب ج د مربع طول ضلعه ١ سم. و منتصف د ج. الدائرة التي مركزها و المارة بالنقطة أ تقطع ج د في هـ. أكمل المستطيل ب ج هـ م.
أثبت أن ب ج هـ م مستطيل ذهبي.

$$\begin{aligned} (٥) \quad & \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ & \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ & \therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ & \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(٨) أ ب ج د مثلث قائم الزاوية في أ متطابق الضلعين. هل نسبة مساحة نصف الدائرة إلى مساحة المثلث تساوي النسبة الذهبية؟ وضح ذلك.

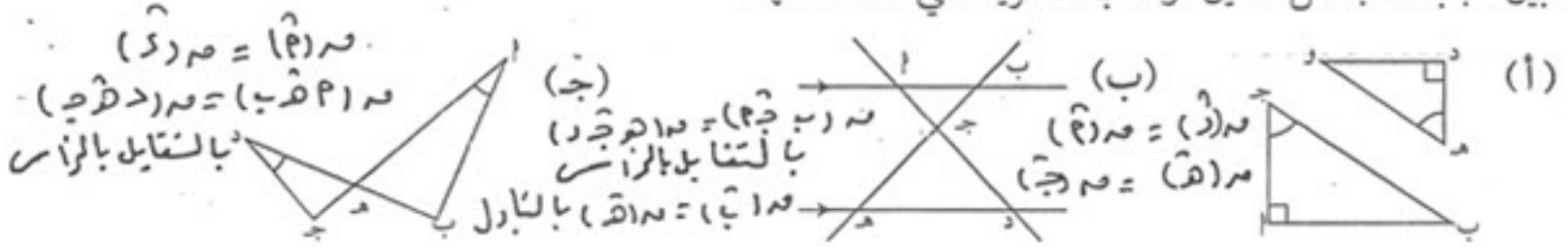


$$\begin{aligned} (١) \quad & \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ & \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ & \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ & \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ & \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

تشابه المثلثات Similar Triangles

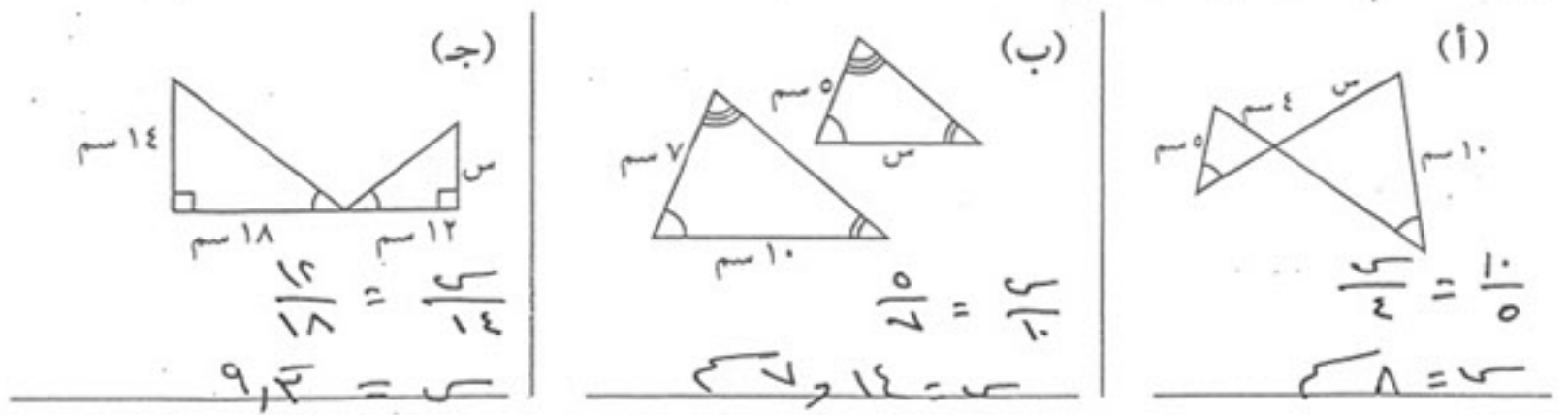
المجموعة أ: تمارين أساسية

(١) بين سبب تشابه كلّ مثلثين، واكتب النظرية التي استخدمتها.

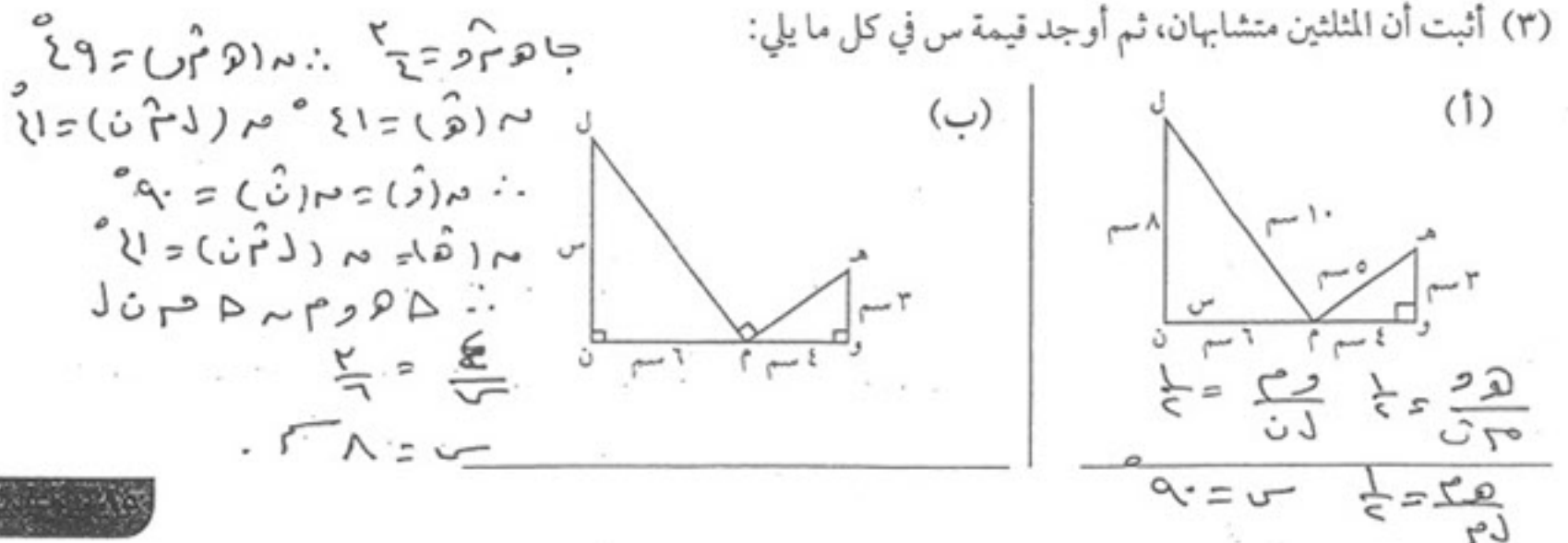


تطابقت زواياهما في _____ تطابقت زواياهما في _____ تطابقت زواياهما في _____
أحدهما مع نظائرها في _____ أحدهما مع نظائرها في _____ أحدهما مع نظائرها في _____
المثلث الثاني _____ المثلث الآخر _____ المثلث الآخر _____

(٢) استخدم التشابه لإيجاد قيمة س.

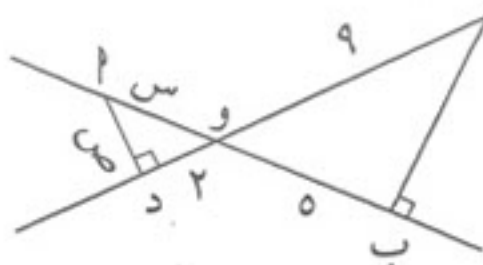


(٣) أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمة س في كل ما يلي:



في التمارين (٤-٦)، أوجد قيم المجهولين س، ص مستخدماً المثلثات المتشابهة.

(٥) Δ ج ب د $\sim$ د س و



$$\frac{5}{9} = \frac{ص}{٢} \therefore ٢,٧ = ٥$$

$$(ج ب د) \quad ٩ = ٥ - ٢ = ٢$$

$$ج ب = ٥ - ٢ = ٣$$

$$\frac{٥}{٩} = \frac{٢}{٢,٧} \therefore ٢ = ٥$$



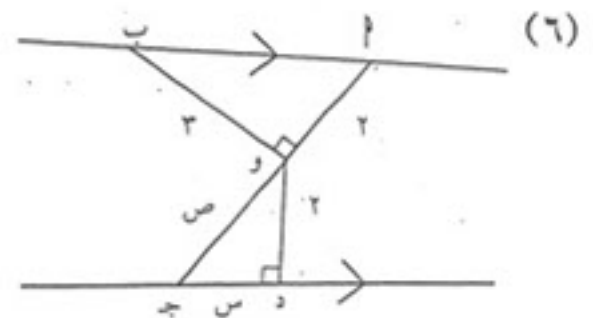
Δ ج ب د $\sim$ د س و

$$(ب ج د) \quad ٢ + ٥ = ٧$$

$$ب ج = ١٢ - ٥ = ٧$$

$$\frac{٣}{١٢} = \frac{٥}{٧} \therefore ٥ = ٣,٥٧$$

$$\frac{٣}{١٢} = \frac{٥}{٧} \therefore ٥ = ٣,٥٤$$



Δ ج ب د $\sim$ د س و

$$\frac{٣}{١٢} = \frac{٥}{٧} \therefore ٥ = ٣,٥٧$$

$$١٢ = ٢ + ٥ = ٧ \therefore ١٢ = ٧ \therefore ٥ = ٣,٥٧$$

$$١٢,٧ = ٥$$

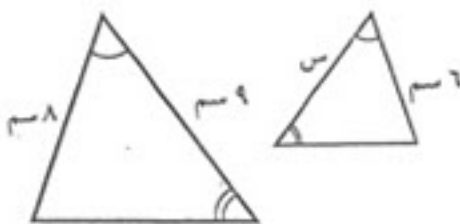
(٧) في الشكل أدناه قيمة س تساوي:

$$(أ) \frac{١}{٣} \text{ سم}$$

$$(ب) ٦,٧٥ \text{ سم}$$

(ب) ٦ سم

(د) ٧ سم



(٨) Δ ج ب د متوازي أضلاع. و منتصف $\overline{AB}$.

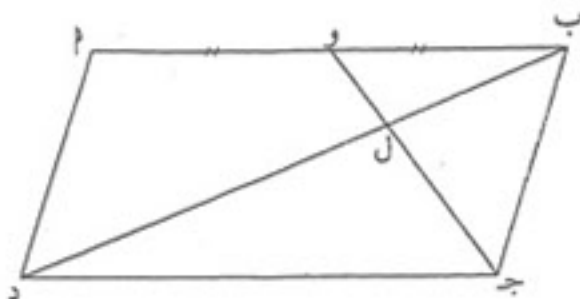
(أ) أثبت تشابه المثلثين ل و ب، ل ج د.

Δ ل و ب $\sim$ Δ ل ج د فيها

$\sim$ (ب ل و) $\sim$ (ج ل د) بالتقابل بالرأس

$\sim$ (و ب ل) $\sim$ (ل ج د) بالتبادل والتوازي

$\therefore \Delta$ ل و ب $\sim$ Δ ل ج د



(ب) أوجد نسبة التشابه.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

(٩) التفكير الناقد:

(أ) هل كل مثلثين متطابقين الضلعين متشابهان؟ فسر.

لا. لعدم كوافر شروط تشابه المثلثين

(ب) هل كل مثلثين قائمي الزاوية ومتطابقين الضلعين متشابهان؟ فسر.

نعم. لأن كلاهما تشابه زواياه 90° ، 45° ، 45° .

(١٠) قياس غير مباشر: أثبت أن $\triangle AB$ ج يشابه $\triangle AD$ ه في كل مما يلي. ثم أوجد قيمة س:

(أ) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ بالتقابل بالزوايا

(ب)

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{5}{S}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{5}{S}$$

$$3S = 20$$

$$S = \frac{20}{3}$$

(أ) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ $\angle A = \angle D = 90^\circ$

$\angle B = \angle E = 30^\circ$

$\angle C = \angle F = 60^\circ$

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

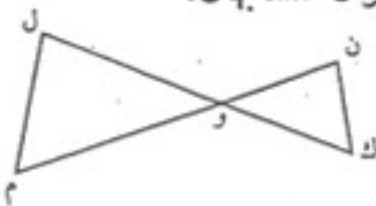
$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{5}{S}$

$\frac{3}{4} = \frac{5}{S}$

$3S = 20$

$S = \frac{20}{3}$

(١١) في الشكل المقابل، إذا كانت L و X و K و M و X ون أثبت أن المثلثين L و M ، K و N متشابهان.



L و M و K و M و X و N

$\frac{L}{M} = \frac{K}{N}$

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

$\frac{3}{4} = \frac{5}{S}$

$3S = 20$

$S = \frac{20}{3}$

(١٢) $\triangle ABC$ ج د مستطيل.

(أ) أوجد طول BD .

(ب) $\angle A = 90^\circ$ ، $\angle B = 30^\circ$ ، $\angle C = 60^\circ$

$\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{DC}$

$\frac{3}{4} = \frac{BD}{6}$

$3 \cdot 6 = 4 \cdot BD$

$18 = 4BD$

$BD = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

(ب) أثبت تشابه المثلثين AB د، و B .

$\angle A = \angle D = 90^\circ$

$\angle B = \angle B$

(ج) أوجد طول القطعة AO .

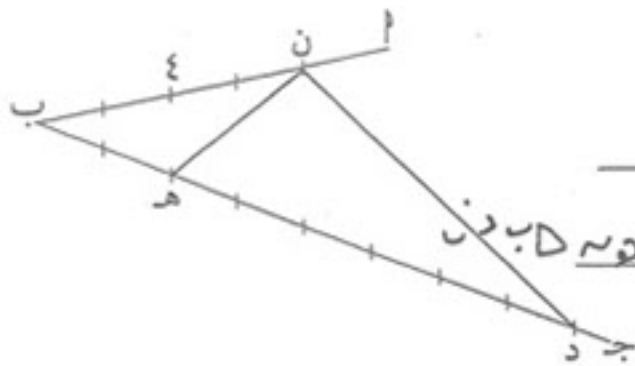
$\frac{AO}{BO} = \frac{AO}{CO}$

$\frac{10}{11} = \frac{20}{S}$

$10S = 220$

$S = 22$

(١٣) (أ) أثبت أن المثلثين ب ن ه، ب د ن متشابهان.



ب) زاوية مشتركة

$$\frac{BN}{BD} = \frac{EN}{DN} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad \frac{BE}{BN} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{BN}{BD} = \frac{BE}{BN}$$

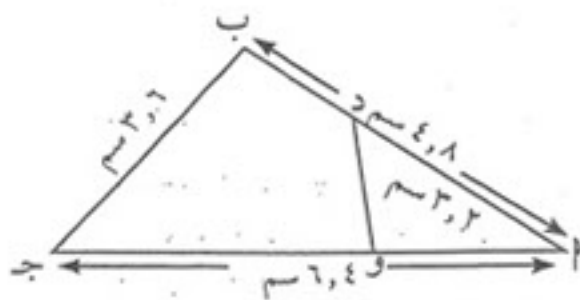
(ب) أوجد زوجين من الزوايا متساوية القياس.

$$\angle BNE = \angle BDN$$

$$\angle ENB = \angle NDB$$

(١٤) أب ج مثلث، أطوال أضلاعه: أب = ٨ سم، ب ج = ٦ سم، أج = ٤ سم.

ضع النقطة د على القطعة أب بحيث يكون أد = ٢ سم، والنقطة و على القطعة أج بحيث يكون أ و = ٤ سم.



(أ) قارن بين النسبتين $\frac{AD}{AB}$ ، $\frac{AW}{AC}$.

$$\frac{2}{8} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{8} = \frac{4}{16} \quad \therefore \quad \frac{2}{8} = \frac{4}{16}$$

(ب) استنتج تشابه المثلثين أب ج، أ و د.

ب) زاوية مشتركة

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AW}{AC} = \frac{1}{4}$$

(ج) أوجد محيط المثلث أ و د.

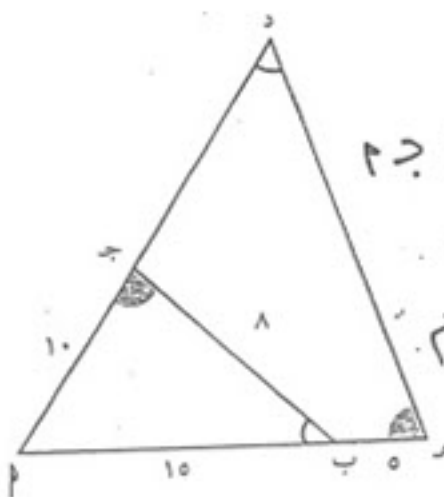
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AW}{AC} = \frac{1}{4} \quad \therefore \quad \frac{2}{8} = \frac{4}{16} \quad \therefore \quad \frac{2}{8} = \frac{4}{16}$$

$$\text{محيط } \triangle AWD = 2 + 4 + 1 = 7 \text{ سم}$$

(١٥) (أ) استخدم معطيات الرسم لإيجاد مثلثين متشابهين. $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

$$\angle ADE = \angle ABC \quad \text{و} \quad \angle AED = \angle ACB$$

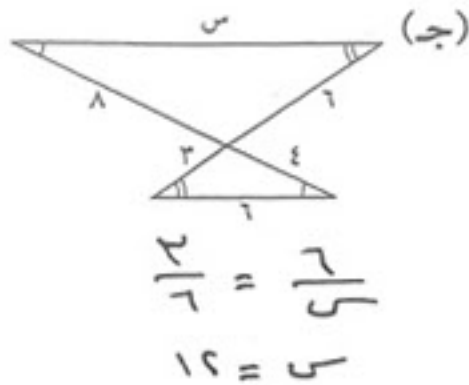
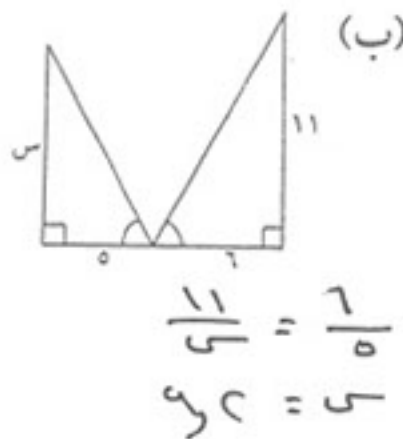
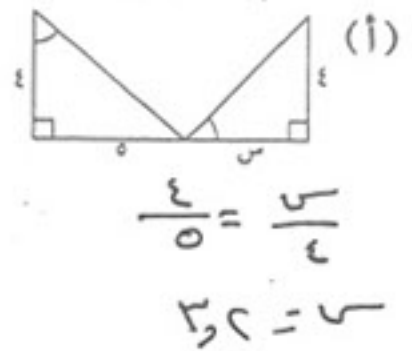
(ب) أوجد محيط المثلث أ و د.



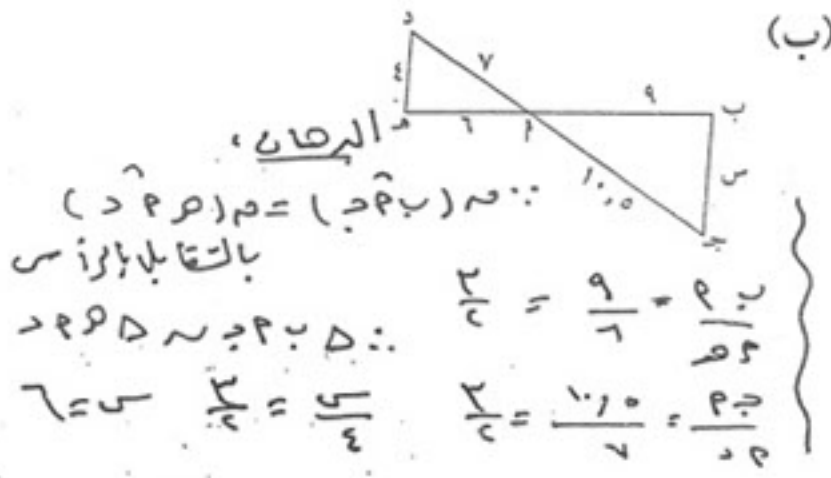
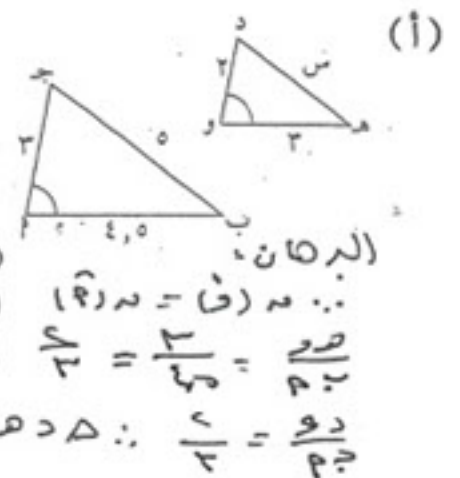
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \quad \therefore \quad \frac{2}{10} = \frac{4}{20} \quad \therefore \quad \frac{2}{10} = \frac{4}{20}$$

المجموعة ٣ تمارين تعريفة

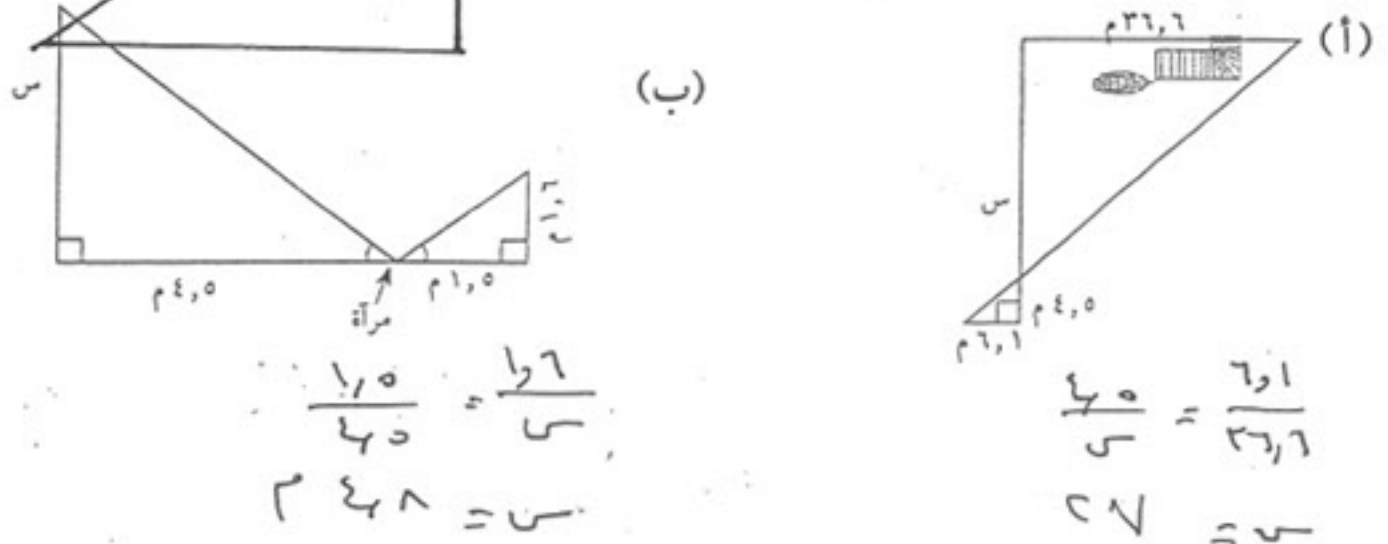
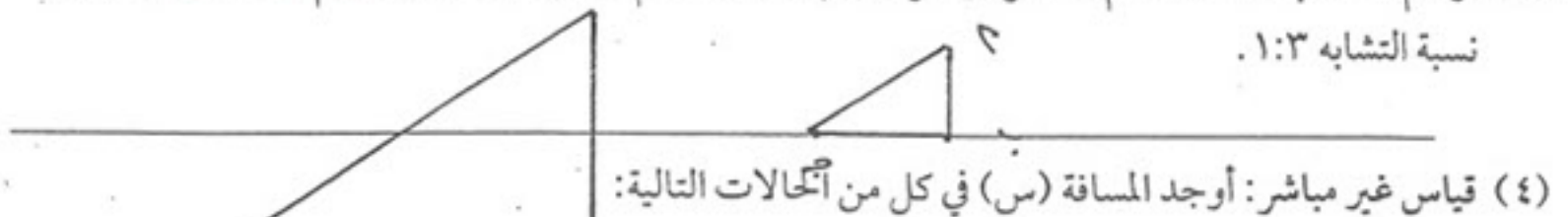
(١) استخدم التشابه لإيجاد قيمة س.



(٢) أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمة س في كل مما يلي:



(٣) * ارسم مثلثاً أ ب ج. استخدم المسطرة والفرجار لإنشاء المثلث م ك ل بحيث يكون: $\Delta م ك ل \sim \Delta أ ب ج$ نسبة التشابه ١:٣.



هل تعلم؟

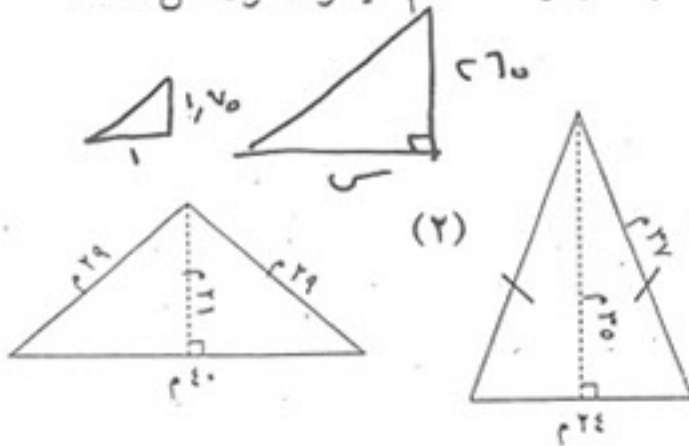
سيدة ألمانية تدعى هانالور من فرانكفورت أوقفت العمل في إقامة مبنى ليكون أطول ناطحة سحاب في أوروبا، لأن شقتها في هذه الحالة لن تدخلها أشعة الشمس. ولكي توقف البناء استندت إلى قانون ألماني ينص على أن كل مالك مسكن له الحق في أشعة الشمس. عرض على هذه السيدة ١,٦ مليون دولار لتسحب قضيتها من المحكمة ولكنها رفضت. كانت ناطحة السحاب هذه ستكلف حوالي ٤٠٠ مليون دولار وستقام في موقع على بعد ٦٠ م فقط من شقة السيدة وكان ارتفاعها سيبلغ ٢٦٥ م.

أجب عن الأسئلة (٥-٦) مستفيداً من الفقرة السابقة:

(٥) اشرح كيف يمكن للسيدة الألمانية أن تستخدم القياس غير المباشر لتقدير طول ظل ناطحة السحاب عند لحظة معينة من النهار.

١. سنبدأ بالتابعيه مثلثيه ونسبة التتابع

(٦) بفرض أن طول هذه السيدة ١,٧٥ م. عندما يكون طول ظلها متراً واحداً، كم سيكون طول ظل ناطحة السحاب؟ يتساوى المثلثان



$$\frac{265}{1.75} = \frac{x}{1} \quad x = 151.4 \text{ متر}$$

(٧) (١) في كل من (١)، (٢) أوجد محيط المثلث ومساحته.

$$\text{مساحة } (١) = \frac{1}{2} \times 22 \times 30 = 330 \text{ م}^2$$

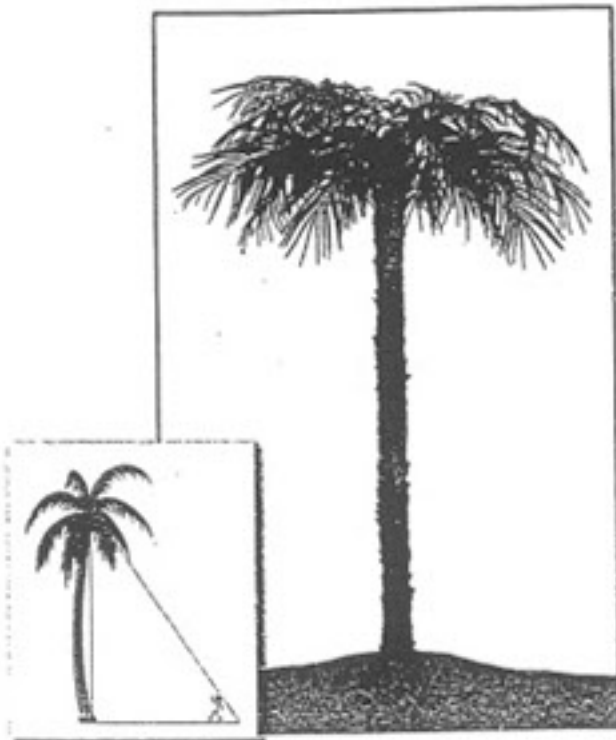
$$\text{مساحة } (٢) = \frac{1}{2} \times 20 \times 24 = 240 \text{ م}^2$$

$$\text{محيط } (١) = 22 + 30 + 24 = 76$$

$$\text{محيط } (٢) = 20 + 24 + 29 = 73$$

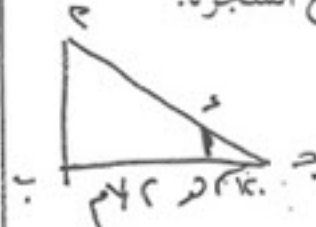
(ب) فكري: هل يمكنك استنتاج أن المثلثين اللذين لهما المحيط نفسه والمساحة نفسها يكونان متشابهين؟

لا فكري إجابتك. لا
المثلثان لهما نفس المحيط ونفس المساحة.



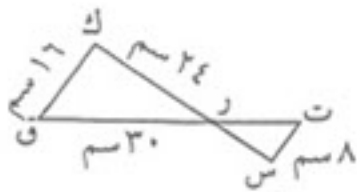
(٨) بفرض أن شخصاً طوله ١٨٠ سم يقف بطريقة تنطبق

فيها نقطة طرف ظله على نقطة طرف ظل الشجرة. إذا كان الشخص يبعد ١٢٠ سم عند ملتقى طرفي الظلين وعلى بعد ٧,٢ م من قاعدة الشجرة، فأوجد ارتفاع الشجرة.



$$\frac{180}{120} = \frac{7.2}{x} \quad \frac{3}{2} = \frac{7.2}{x} \quad x = \frac{7.2 \times 2}{3} = 4.8$$

$$x = 4.8 \text{ م} = 480 \text{ سم}$$



(٩) في الشكل المقابل، Δ ق ك ر يشابه Δ ت س ر، أوجد طول رت.

$$\frac{16}{24} = \frac{8}{r} \quad \frac{r}{8} = \frac{24}{16}$$

$$r = 12$$

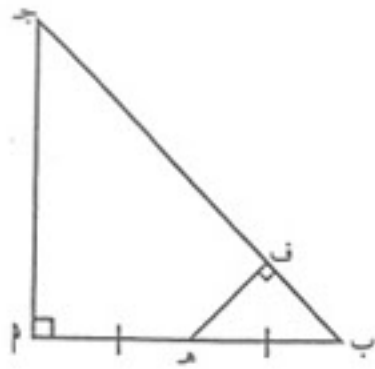
(١٠) أ ب ج مثلث قائم الزاوية في أ. ه منتصف القطعة أ ب. ه ف $\perp$ ب ج.

(أ) أثبت تشابه المثلثين أ ب ج، ف ب ه.

ه (ب ه ج) = ه (ب ف ه) = 90°
زاوية مشتركة

(ب) مستخدماً نسبة التشابه، أثبت أن ب ج $\times$ ب ف = $\frac{1}{4}$ (أ ب).

$$\frac{ب ج}{ب ه} = \frac{ب ف}{ب ه} \quad \therefore ب ج \times ب ف = ب ه^2 = \frac{1}{4} (أ ب)$$

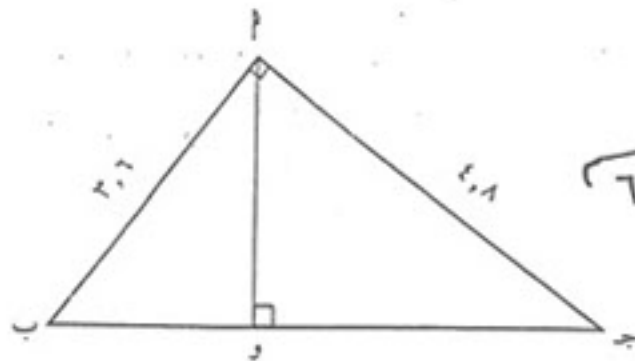


(١١) أ ب ج مثلث قائم الزاوية في أ.

(أ) أوجد طول القطعة ب ج.

$$(ب ج) = ٢٦ + ٤٨ = ٧٤ \quad ب ج = ٧٤$$

(ب) استخدم تشابه المثلثات لإيجاد طول أ ب.



المثلث أ ب ج و ج د ه فيها

زاوية مشتركة

$$\angle (أ ب ج) = \angle (ج د ه) = 90^\circ$$

$$\therefore \Delta أ ب ج \sim \Delta ج د ه$$

$$\frac{ب ج}{ب ه} = \frac{ب ه}{ب ج}$$

$$\frac{٧٤}{ب ه} = \frac{ب ه}{٢٦}$$

$$\therefore ب ه = \sqrt{٧٤ \times ٢٦} = ٤٤$$